

**Correction du CAPES externe de Physique 2011**

On pourra lire avec profit le " Guide du LHC " publié par le CERN à l'adresse : <http://cdsweb.cern.ch/record/1164451/files/CERN-Brochure-2009-003-Fre.pdf>

**I. Etude générale du LHC**

**I.A. Les objectifs du LHC**

1.
  - 1.a) Le photon
  - 1.b) L'électron et le quark (sans rentrer dans le détail des différents quarks)
2. Unification des interactions. Les quatre interactions fondamentales sont : la gravitation (non unifiée dans le cadre du modèle standard), l'interaction électromagnétique, l'interaction forte et l'interaction faible.
3.
  - 3.a) Oui, le nom de l'anti-électron est le positron
  - 3.b) La charge du positron est opposée à celle de l'électron, soit +e, et la date de sa découverte est le début des années 1930 dans les réactions provoquées par les rayons cosmiques.

**I.B. Energie et vitesse d'une particule**

4.
  - 4.a) Le graphe montre, lorsque  $v/c$  tend vers 0, que  $E/m_p c^2$  tend vers 1 : on a donc  $E_0 = m_p c^2$ . Cette relation est la relation d'Einstein, elle date de 1905, date de publication de la théorie de la relativité restreinte par Einstein.
  - 4.b)  $E_0 = m_p c^2 \approx 1,50 \cdot 10^{-10} J \approx 9,39 \cdot 10^8 eV$
  - 4.c) Si l'on écrit la relation d'Einstein  $m_p = E_0 \cdot c^{-2}$ , et en mesurant les énergies en eV, on obtient  $m_p = 939 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$ .

5. La courbe  $\frac{E}{m_p c^2} \left( \frac{v}{c} \right)$  présentant une asymptote verticale d'équation  $v/c=1$ , il y a divergence de la quantité d'énergie à apporter pour s'approcher de  $v=c$ .

6. D'après la courbe, pour  $\frac{v}{c} \in [ 0 ; 0,7 ]$ , l'écart relatif  $\frac{E - E_{class}}{E}$  est inférieur à 10%.

7.
 

- 7.a) Par un développement limité de la forme  $(1+u)^\alpha \approx 1 + \alpha \cdot u$ , on a :

$$E = \gamma m_p c^2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} m_p c^2 = \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1/2} \cdot m_p c^2 \approx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \cdot m_p c^2 = E_0 + \frac{1}{2} m_p v^2 = E_{class}$$

7.b)  $E_{injection} = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{injection}}{c}\right)^2}} \approx 4,51 \cdot 10^5 \text{ MeV}$  Et  $E_{max} = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_{max}}{c}\right)^2}} \approx 7,00 \cdot 10^6 \text{ MeV}$

7.c) Le rapport  $v/c$  s'approchant asymptotiquement de 1, il est plus facile de travailler avec la coordonnée verticale énergie plutôt que de rajouter des 9 aux décimales de  $v/c$ .

**I.C. Nombres de collisions**

8.

8.a) La distance moyenne entre paquets est :  $d_{moy} = \frac{D}{N_p} \approx 9,47 \text{ m}$  .

8.b) Les paquets se déplaçant à une vitesse proche de  $c$ , l'écart temporel moyen entre deux paquets successifs est :  $\Delta t_{moy} = \frac{d_{moy}}{c} \approx 3,16 \cdot 10^{-8} \text{ s}$  .

8.c)  $f = \frac{1}{\Delta t_{moy}} \approx 31,7 \text{ GHz}$  .

9.

9.a) La trajectoire du centre de la boule est rectiligne.

9.b) La "distance entre les centres" doit être inférieure à la somme des rayons :  $d < r + R = d_{max} = 16,8 \text{ cm}$  .

9.c) Si la surface de contact quille sol est entièrement dans la piste, cela signifie que la largeur de piste accessible au centre de la quille est  $D_{accessible} = D_0 - r - r = 93 \text{ cm}$  , puis un lancer de boule balayant une largeur  $2 d_{max}$  pour les centres des quilles, il faudra au minimum  $\frac{D_{accessible}}{2 d_{max}} \approx 2,77$  , et on prend l'entier immédiatement supérieur soit  $n=3$  lancers.

9.d)  $proba = \frac{\text{nbre de cas favorables}}{\text{nbre de cas possibles}}$  , et, au niveau de la terminale (le " en déduire " de la question), le résultat attendu est sans doute  $p=1/3$  .

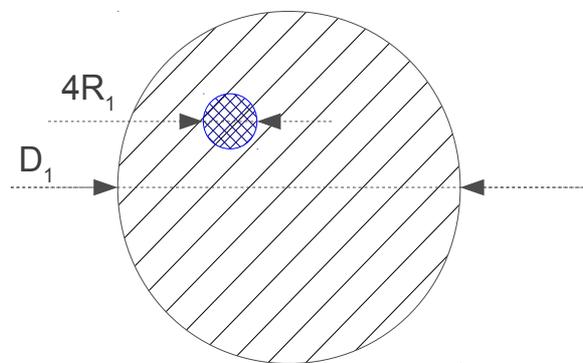
9.e) Résultat non modifié : les calculs énoncés plus haut ne dépendent pas des normes des vitesses (on peut dire aussi qu'on se place dans le référentiel de la quille).

10.

10.a) Il y aura collision si les centres des protons s'approchent l'un de l'autre d'une distance inférieure à deux fois leur rayon, d'où, les vitesses étant parallèles, si le proton est dans le cylindre centré sur le deuxième proton, de rayon  $2R_1$ , et d'axe la vitesse.

10.b)  $proba = \frac{\text{nbre de cas favorables}}{\text{nbre de cas possibles}}$  , et les nombres de cas sont proportionnels aux surfaces des sections de faisceau et de " cylindre de collision " :

$$p = \frac{\frac{\pi (4R_1)^2}{4}}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \left(\frac{4R_1}{D_1}\right)^2 .$$



10.c) En supposant que les protons sont répartis de façon homogène dans le faisceau (densité surfacique de probabilité de présence d'un centre constante), un proton du premier faisceau ayant une probabilité  $p$  de rentrer en collision avec un autre proton, il y a  $Np$  probabilité de rentrer en collision avec les  $N$  proton du deuxième faisceau, puis les  $N$  protons du premier faisceau donneront lieu à :  $N_{coll} = N^2 p$  .

10.d) La fréquence  $f$  de collision de paquets ayant été calculée en 8c, on obtient  $N_{cls} = f \cdot N_{coll} \approx 15,2 \cdot 10^9 \text{ collisions} \cdot \text{s}^{-1}$ .

10.e) Le calcul précédent surestime le nombre de collisions par seconde d'un rapport 25 (15200/600), cela est dû à l'extension longitudinale du paquet qui n'est pas nulle comme supposée plus haut, ce qui permet à certains protons d'être les " uns derrière les autres ". Les cylindres de collision ont dans ce cas une intersection non vide et la section efficace de collision des  $N$  protons en est d'autant diminuée.

**I.D. Energie électrique au LHC**

11.

" composant électrique "	Type d'alimentation	Puissance consommée	tension
Ampoule fluo-compacte	Alternatif (mais ballast électronique comportant redresseur puis onduleur et filtres)	Quelques dizaines de Watts	230 V efficace
lave-linge	Alternatif	Quelques milliers W max	230 V efficace
Téléphone portable	Continu	Quelques W	Quelques Volts

12.

12.a)  $E = 120 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 270 \text{ jours} \cdot 24 \text{ h} / \text{jours} \approx 7,78 \cdot 10^{11} \text{ Wh} = 7,78 \cdot 10^8 \text{ kWh} = 2,80 \cdot 10^{15} \text{ J}$

12.b) L'énergie précédente est donc à comparer à  $E = 430000 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ Wh} = 8,6 \cdot 10^{11} \text{ Wh}$ , les deux énergie sont effectivement comparables.

13.

13.a)  $E = N_1 \cdot E_1 = 1,97 \cdot 10^{27} \text{ eV} = 3,15 \cdot 10^8 \text{ J}$ .

13.b)  $E_{cTGV} = \frac{1}{2} m v^2 = 3,02 \cdot 10^8 \text{ J}$ , soit une énergie pour le TGV de 400 tonnes lancé à 140 km.h<sup>-1</sup> comparable à celle du faisceau.

**I.E Nombre d'informations à traiter**

14.

14.a) Un flux de données est un débit (octets.s<sup>-1</sup>) et ce qui est donné avec la pile de CD est une quantité (octets).

14.b)  $D_{LHC} = (20000 \text{ m} / 0,12 \text{ m} \cdot 100 \cdot 700 \cdot 10^6 \text{ octets}) / (270 \text{ j} \cdot 24 \text{ h} / \text{j} \cdot 3600 \text{ s} / \text{h}) = 5,00 \cdot 10^8 \text{ o/s}$ .

**I.F Rayonnement synchrotron**

15.

15.a) Le vecteur vitesse est de norme constante (mvt uniforme) mais tournant, sa dérivée le vecteur accélération est donc non nul.

15.b)  $a_n = \frac{v^2}{r}$

15.c) L'accélération est centripète ( $\vec{a}$  est dirigée vers le centre, c'est la force d'inertie d'entraînement dans le référentiel tournant qui est centrifuge).

16.

16.a)  $P = K e^a c^b \epsilon_0^f r^g$ , et  $[P] = M.L.T^{-2} . L.T^{-1} = M.L^2 . T^{-3}$  d'où :  
 $(L.T)^a (L.T^{-1})^b (M^{-1} . L^{-3} . T^4)^f . L^g = M^{-f} . L^{b-3f+g} . T^{a-b+4f} . I^{a+2f} = M . L^2 . T^{-3}$  . En identifiant, il

vient le système : 
$$\begin{cases} -f & = & 1 \\ b-3f+g & = & 2 \\ a-b+4f & = & -3 \\ a+2f & = & 0 \end{cases}, \text{ soit } \begin{cases} a & = & 2 \\ b & = & 1 \\ f & = & -1 \\ g & = & -2 \end{cases} .$$

16.b)  $P = \frac{\gamma^4 \beta^4}{6\pi} e^2 c \epsilon_0^{-1} r^{-2}$ , en remplaçant  $v/c$  par 1 et  $\gamma$  par  $\frac{E}{mc^2}$ , il vient bien :

$$P = \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 r^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4 .$$

16.c) 
$$P_{LHC} = \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 r_{LHC}^2} \left( \frac{E_{LHC}}{m_p c^2} \right)^4 \approx 116 \text{ MeV} . s^{-1} .$$

16.d) 
$$P_{LEP} = \frac{e^2 c}{6\pi \epsilon_0 r_{LEP}^2} \left( \frac{E_{LEP}}{m_e c^2} \right)^4 \approx 5,95 \cdot 10^7 \text{ MeV} . s^{-1} .$$

17.

17.a) 
$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{N_1 e}{1/T_r} = N_1 e T_r .$$

17.b) Soit P la puissance rayonnée par une particule, la puissance totale rayonnée par l'ensemble des particules du tube sera le produit  $N_1 P$ , or, d'après 17.a),  $N_1 = \frac{I}{e} \cdot \frac{1}{T_r}$ , et  $T_r$  est le temps de révolution de la particule : elle se déplace à une vitesse proche de c et doit parcourir une distance D pour faire une révolution, donc  $T_r = \frac{D}{c}$  et on a bien 
$$P_t = N_1 \cdot P = \frac{I P D}{e c} .$$

17.c) Pour le LHC : 
$$P_{t \text{ LHC}} = \frac{I_{LHC} P_{LHC} D}{e c} \approx 6,81 \cdot 10^{16} \text{ MeV} . s^{-1}$$
 et pour le LEP :

$$P_{t \text{ LEP}} = \frac{I_{LEP} P_{LEP} D}{e c} \approx 1,98 \cdot 10^{20} \text{ MeV} . s^{-1} .$$

17.d) Un accélérateur doit produire des collisions assez énergétiques (pour dépasser l'énergie de création des particules recherchées) et avec une fréquence suffisamment grande pour espérer observer les événements recherchés. Le rayonnement synchrotron (qu'il faut compenser pour maintenir l'énergie E de chaque particule) variant comme le rapport  $\left( \frac{E}{m} \right)^4$ , on est limité à la fois sur l'énergie E ( $E_{LEP} = 108 \text{ GeV}$  contre  $E_{LHC} = 7,00 \text{ TeV}$ ) et sur le nombre de collisions par secondes (le paramètre n'apparaît pas directement dans les calculs précédents, mais l'intensité -mesurant la quantité de particules en jeu- est plus faible pour le LEP ( $I_{LEP} = 6,00 \text{ mA}$ ) que pour le LHC ( $I_{LHC} = 1,06 \text{ A}$ ) par la masse de l'électron près de 1830 fois plus faible que celle du proton.

## II Cryogénie

### II.A Basses températures

18.

18.a) La luminosité de la lampe augmente car elle est parcourue par une intensité plus grande dans la

seconde expérience : la conductivité électrique du cuivre porté à la température de l'azote liquide ayant augmenté, la résistance électrique du fil bobiné a donc diminué. En utilisant le modèle de Drude, la diminution de la température diminue l'agitation thermique du réseau d'ions Cu dans lequel se déplacent les électrons de conduction, et donc la probabilité de collision entre un électron et le réseau, augmentant le temps moyen entre collisions et donc la conductivité électrique.

18.b) La manipulation de l'azote liquide, qui peut geler les tissus humains, doit se faire avec des précautions qu'on ne peut pas demander à des élèves de collège.

19.

19.a) Soit  $t$  la température en °C, et  $T$  la température en K, on a :  $t = T - T_0$ , avec  $T_0 = 273,15$  K.

19.b) Dans un calorimètre (récipient thermiquement isolé) on place une masse  $m$  du liquide dont on veut mesurer la capacité thermique et une résistance électrique avec laquelle on va le chauffer, si on alimente la résistance à puissance  $UI$  constante pendant le temps  $\Delta t$ , la différence de température

$$\Delta T \text{ après homogénéisation permet de calculer la capacité thermique massique : } c_m = \frac{U I \Delta t}{m \Delta T} .$$

19.c) Une grande capacité thermique massique diminue les variations de températures pour une quantité donnée d'énergie reçue par le fluide, la viscosité quasi-nulle permet de n'avoir qu'une faible puissance hydraulique nécessaire à la circulation du fluide et de n'avoir que peu d'énergie hydraulique transformée en énergie thermique par le frottement fluide.

20.

20.a) En 1911, Gilles Holst et Kamerlingh Onnes découvrirent le phénomène de supraconductivité pour le mercure. Kamerlingh Onnes obtiendra le prix Nobel de physique 1913 pour ses recherches sur " les propriétés des corps à faibles températures, ayant mené, entre autres, à la préparation de l'hélium liquide ".

20.b) On peut citer : la superfluidité -liée à une condensation de Bose-Einstein comme la supraconductivité-, les changements d'état de la matière -transition de phase solide-liquide par exemple- ou encore les transitions de phase dans les cristaux liquides.

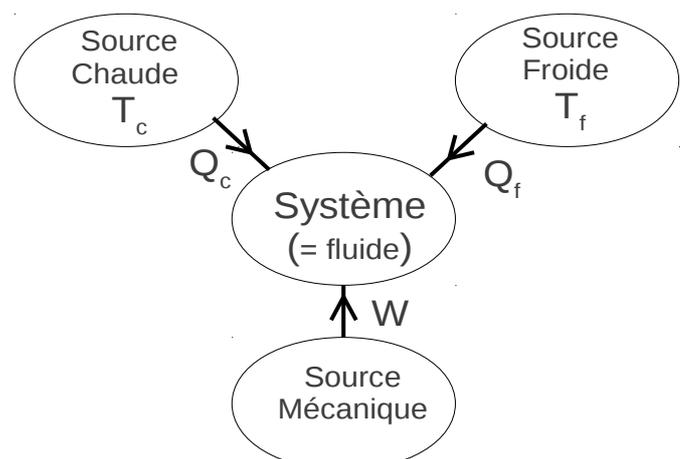
20.c) Les travaux établissant l'existence d'une transition de phase dans les matériaux magnétiques (et la température de Curie) datent de la fin du 19ième siècle (1895).

Au nom de famille Curie, on peut associer des travaux sur la piézoélectricité (Pierre et Jacques Curie), la symétrie (principe de Curie – Pierre Curie), la radioactivité naturelle (Pierre et Marie Curie – prix Nobel de physique avec Henri Becquerel en 1903), l'étude du radium et de ses composés (Marie Curie – prix Nobel de chimie 1911), la découverte et l'étude de la radioactivité artificielle (Irène Joliot-Curie et Frédéric Joliot – prix Nobel de chimie 1935).

20.d) Les supraconducteurs actuels nécessitent des basses températures de fonctionnement et donc un système de refroidissement annexe lourd, volumineux et cher. Leur utilisation reste donc limitée à des domaines de haute technologie.

**II.B Principe d'un système de refroidissement**

21. Le schéma général d'une machine thermique avec les conventions classiques en thermodynamiques est dessiné ci-contre (non demandé, mais utile pour la suite).



21.a) Ecrivons les équations déduites du premier et du second principe auxquelles obéit le système : le premier principe donnant la variation

d'énergie interne du système donne ici  $W+Q=\Delta U$ , et, pour un cycle ( $\Delta U=0$ ),  $W+Q_c+Q_f=0$ . Le second principe donnant la variation d'entropie du système donne ici :  $S_{\text{échangée}}+S_{\text{produite}}=\Delta S$ , et, pour un cycle ( $\Delta S=0$ ) réversible ( $S_{\text{produite}}=0$ ) échangeant avec des thermostats ( $S_{\text{échangée}}=\frac{Q_c}{T_c}+\frac{Q_f}{T_f}$ ), on obtient  $\frac{Q_c}{T_c}+\frac{Q_f}{T_f}=0$ . D'où le système :

$$\begin{cases} W+Q_c+Q_f=0 \\ \frac{Q_c}{T_c}+\frac{Q_f}{T_f}=0 \end{cases}$$

Le principe du réfrigérateur est de refroidir la source froide, qui doit donc donner de son énergie thermique : donc  $Q_f > 0$  et comme la chaleur ne peut s'écouler naturellement d'une source froide vers une source chaude (un des énoncés du second principe), alors  $W > 0$  et  $Q_c < 0$ .

21.b)  $\eta = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie dépensée}}$ , pour un réfrigérateur, l'énergie utile est celle que l'on retire à la source froide, et l'énergie investie est le travail nécessaire  $W$  pour faire fonctionner la machine thermique :

$$\eta = \frac{Q_f}{W} = -\frac{Q_f}{Q_c+Q_f}$$

21.c) Comme  $Q_c = -\frac{T_c}{T_f}Q_f$ , il vient :  $\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f}$ .

21.d)  $\eta = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{277}{297 - 277} \approx 13,9$ .

22.

22.a) Pendant un jour, le travail reçu par le fluide est l'intégrale de la puissance mécanique :

$W_1 = P_1 \cdot \Delta t_1$ , et  $\eta = \frac{Q_{fl}}{W_1} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$  permet d'obtenir

$$Q_{fl} = \frac{T_f}{T_c - T_f} W_1 = \frac{T_f}{T_c - T_f} P_1 \Delta t_1 \approx 120 \cdot 10^6 \text{ J}$$

22.b) En régime permanent il n'y a pas d'accumulation d'énergie dans la source froide, donc le bilan énergétique pour le système source froide s'écrit :  $-\frac{dQ_{fl}}{dt} + P_{\text{perte}} = 0$ , on en déduit

$$P_{\text{perte}} = \frac{dQ_{fl}}{dt} = \eta \cdot P_1 \approx 1,39 \text{ kW}$$

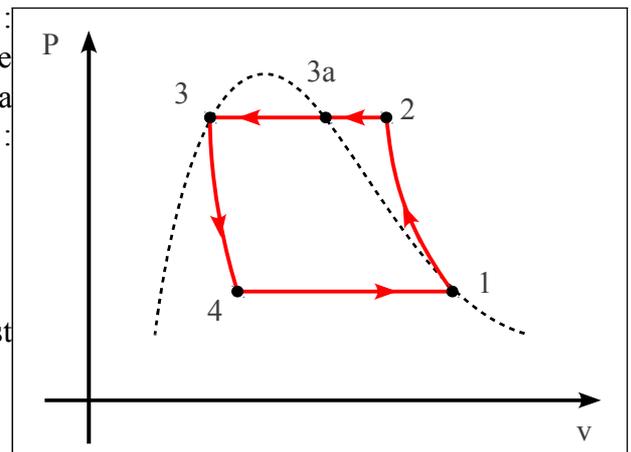
23. Le différentiel de puissance mécanique  $P_2 - P_1$  sert à refroidir l'eau. L'énergie à extraire du volume  $V$  d'eau pour le faire passer de  $T_c$  à  $T_f$  est :

$Q_f = \rho_{\text{eau}} V c_{\text{eau}} (T_c - T_f)$ , d'où l'énergie mécanique nécessaire :  $\eta (P_2 - P_1) \Delta t_{\text{eau}} = Q_f = \rho_{\text{eau}} V c_{\text{eau}} (T_c - T_f)$  et la durée nécessaire à la mise en température :

$$\Delta t_{\text{eau}} = \frac{\rho_{\text{eau}} V c_{\text{eau}} (T_c - T_f)}{\eta (P_2 - P_1)} \approx 2,01 \cdot 10^3 \text{ s} = 33 \text{ mn } 30 \text{ s}$$

### II.C Etude d'un réfrigérateur réel

24. Le diagramme dans le plan de Clapeyron est représenté ci-contre :



25.

25.a) Vapeur juste saturante, donc  $x_1=1$  .

25.b) Ici aussi on est en limite vapeur de la zone d'équilibre liquide-vapeur, donc  $x_{3a}=1$  .

25.c) L'état 3 est obtenu après liquéfaction complète , et on est en limite liquide de la zone d'équilibre liquide-vapeur, donc  $x_3=0$  .

26.

26.a) On voit dans le diagramme entropique que la transformation  $1 \rightarrow 2$  est isentropique, donc  $\Delta s_{1 \rightarrow 2} = 0$  .

26.b) La vapeur étant supposée se comporter comme un gaz parfait, on a pour une isentropique la relation de Laplace :  $p^{1-\gamma_c} \cdot T^{\gamma_c} = Cte$  , d'où  $T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma_c}{\gamma_c}}$  .

26.c) On obtient  $T_2 \approx 353 \text{ K}$  .

27.

27.a) Partant de la relation de Mayer pour n moles de Gaz Parfait :  $C_p - C_v = n \cdot R = \frac{m}{M} R$  , on arrive pour les grandeurs massiques à :  $c_p - c_v = \frac{1}{M} R$  , et avec la définition de  $\gamma_c$  :  $\gamma_c = \frac{c_p}{c_v}$  , on

obtient :  $c_p = \frac{\gamma_c R}{(\gamma_c - 1) M}$  .

27.b) La transformation  $2 \rightarrow 3a$  se fait à pression constante, d'où l'expression de la différentielle de l'enthalpie massique :  $dh = c_p dT$  , d'où  $\Delta T = T_{3a} - T_2 = \frac{\Delta h_{2 \rightarrow 3a}}{c_p}$  et

$$T_{3a} = T_2 + \frac{M (\gamma_c - 1)}{R \gamma_c} \Delta h_{2 \rightarrow 3a} .$$

27.c)  $T_{3a} \approx 304 \text{ K}$  . Pour la transformation  $3a \rightarrow 3$  , la règle de Gibbs  $v = c + 2 - \varphi$  donne une variance de 1 ( $c=1$  corps pur,  $\varphi = 2$  phases), donc tant qu'il y a coexistence des deux phases liquide et vapeur, le système est monovariant et T est une fonction de P uniquement ( $T=T(P)$ ) et la pression étant constante le long de la transformation, la température l'est aussi :  $T_3 = T_{3a}$  .

28.

28.a) Considérons la transformation  $4 \rightarrow 1$  : elle se déroule à pression constante (et donc à température constante, ici aussi le système étant monovariant), et la quantité de chaleur, égale à la différence des enthalpies, apportée au fluide sert uniquement à vaporiser la fraction  $(1-x_4)$  de liquide (la transformation étant isotherme, la fraction vapeur n'échange pas de chaleur). On a donc :

$$(1-x_4) \Delta h_{vap}(T_1) = h_1 - h_4 \text{ et } x_4 = 1 - \frac{h_1 - h_4}{\Delta h_{vap}(T_1)} \approx 0,129 .$$

28.b) Toujours pour la transformation  $4 \rightarrow 1$  , la quantité de chaleur peut s'exprimer par  $T_1 \Delta s$

et on obtient  $x_4 = 1 - \frac{T_1 (s_1 - s_4)}{\Delta h_{vap}(T_1)} \approx 0,128$  .

29.

29.a) La " grandeur utile massique " pour un réfrigérateur est  $q_f$ , cette quantité de chaleur est échangée lorsque le fluide est en contact avec la source froide dans l'évaporateur sur la transformation  $4 \rightarrow 1$ .

29.b) On a donc ici  $q_f = h_1 - h_4$ .

29.c) On obtient :  $q_f = h_1 - h_4 = 1132 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

30. La réponse faite à cette question ne suit pas ici les indications de l'énoncé, et la réponse telle que semble la suggérer l'énoncé (insistant sur l'hypothèse adiabatique réversible) est reportée en annexe.

Ecrivons la somme des variations d'enthalpie sur toutes les étapes du cycle :

$h_2 - h_1 + h_3 - h_2 + h_4 - h_3 + h_1 - h_4 = 0$ . Entre 2 et 3, le fluide est en contact avec la source chaude et n'échange (à pression constante) que la quantité de chaleur  $q_c$ , donc  $h_3 - h_2 = q_c$ ; entre 3 et 4, la transformation est isenthalpique donc  $h_4 - h_3 = 0$ ; entre 1 et 4 le fluide est en contact avec la source froide et n'échange (à pression constante) que la quantité de chaleur  $q_f$ , donc  $h_1 - h_4 = q_f$ . On en déduit  $h_2 - h_1 + q_c + 0 + q_f = 0$ , et comme l'expression du premier principe sur un cycle donne

$$w + q_c + q_f = 0, \text{ on a } w = h_2 - h_1 = 1620 - 1450 = 170 \text{ J.kg}^{-1}.$$

31.

31.a) On obtient donc pour l'efficacité  $\eta_r = \frac{q_f}{w} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \approx 6,66$ .

31.b) On a vu en 21.c) la formule  $\eta_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$ , qui donne ici :  $\eta_c = \frac{T_1}{T_3 - T_1} = \frac{263}{304 - 263} \approx 6,41$ .

31.c) Le seul commentaire que l'on puisse faire à ce niveau est que les ordres de grandeur pour les efficacités sont comparables, elles sont cependant classées dans le mauvais sens : l'efficacité de Carnot  $\eta_c$  devrait être la plus grande possible puisqu'il n'y a aucune source d'irréversibilité dans le cycle, contrairement au cycle réel qui comprend au moins les irréversibilités de l'étape  $2 \rightarrow 3a$  (échange thermique entre deux sources à températures différentes), et de l'étape  $3 \rightarrow 4$  (détente de Joule-Thomson).

Le problème a sans doute son origine dans les valeurs numériques arrondies : voir le diagramme de Mollier en annexe et le cycle utilisé dans ce problème pour lequel on a, pour  $p=10$  bar, une température pour le palier de liquéfaction de  $T_3 \approx 25 \text{ }^\circ\text{C} \approx 298 \text{ K}$  ( contrairement aux 304K obtenus ici, on constate aussi que  $h_{3a} \approx 1490 \text{ kJ.kg}^{-1}$  plutôt que 1520 comme donné dans l'énoncé), ce qui donne

une efficacité de Carnot de :  $\eta_c = \frac{T_1}{T_3 - T_1} = \frac{263}{298 - 263} \approx 7,51$ , et un rapport satisfaisant de l'efficacité

réelle à l'efficacité de Carnot égal à :  $\frac{\eta_r}{\eta_c} \approx 89\%$ .

### III Cavités accélératrices

#### III.A Accélérateur d'électrons de Van de Graaff

32.

32.a) Les expériences classiques d'électrostatique où l'on frotte une baguette de verre avec un tissu (ou une peau de chat), baguette qui attire un petit objet (boule de sureau,...) suspendu par un fil à une potence (pas de contact entre la baguette et la boule). L'expérience est interprétée comme transfert de charge électriques par triboélectricité entre la baguette et le tissu frottés, charges dont on voit l'effet mécanique par le mouvement du pendule.

32.b) L'expérience est la suite de l'expérience précédente : la baguette touche la boule suspendue et à

partir de là on constate une répulsion. On interprète en disant que le contact a permis le transfert de certaines des charges de la baguette vers la boule, puis à partir du moment où elles sont chargées avec le même signe, elles se repoussent.

A noter : si la deuxième expérience montre la répulsion entre charges de même signes, la première expérience qui montre une attraction entre une baguette électriquement chargée et une boule initialement supposée neutre est beaucoup plus délicate à interpréter correctement puisque l'attraction résulte de l'interaction entre le dipôle de la boule -induit par le champ électrique de la baguette- et le champ non homogène crée par la baguette.

33.

33.a) Soit  $I$  le courant électrique circulant de  $A_1$  vers  $A_6$  :  $I = \frac{-V_{HT}}{5R}$  , et  $V_{A_6} = 0$  ,  
 $V_{A_5} = R.I = \frac{-V_{HT}}{5}$  ,  $V_{A_4} = 2R.I = -\frac{2}{5} V_{HT}$  ,  $V_{A_3} = 3R.I = -\frac{3}{5} V_{HT}$  ,  $V_{A_2} = 4R.I = -\frac{4}{5} V_{HT}$  et  
 $V_{A_1} = -V_{HT}$  .

33.b) Comme  $\vec{E} = -\text{grad } V$  , on obtient  $\vec{E} = -\frac{V_{HT}}{5d} \vec{u}_z$  .

34.

34.a) L'énergie potentielle d'un électron dans le potentiel  $V$  est égale à  $-e.V$  , d'où en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un électron émis au niveau de la source sans vitesse initiale dans le référentiel du laboratoire, on obtient :

$$\Delta E_{ci} = E_{ci} = (i-1) \cdot \frac{e.V_{HT}}{5} .$$

34.b)  $E_{c6} = e.V_{HT} = 100.10^3 \text{ eV}$  .

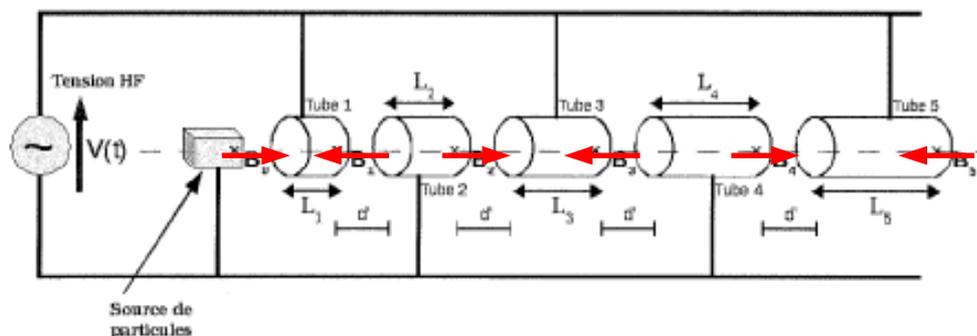
34.c) Pour obtenir des énergies cinétiques importantes, il faut de fortes tensions avec les dangers que cela représente, en particulier les risques de claquage (décharges électriques par arc entre deux éléments ou entre un élément et le sol).

### III.B Accélérateur linéaire de protons de Wilderöe

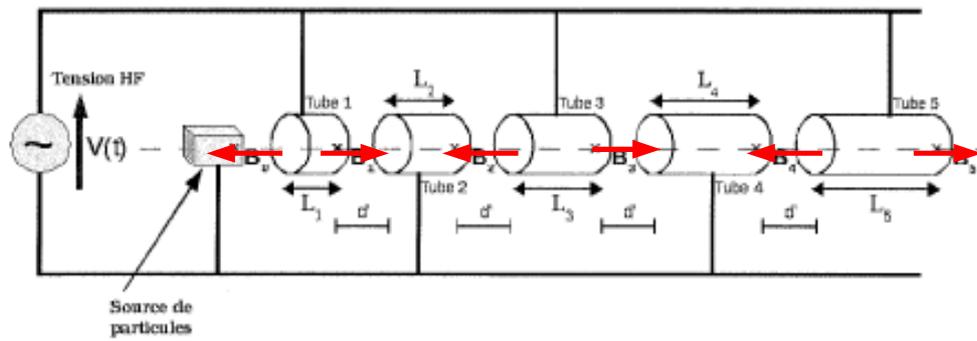
35.

35.a)  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  .

35.b)  $\vec{E}$  est dirigé vers les potentiels décroissants :



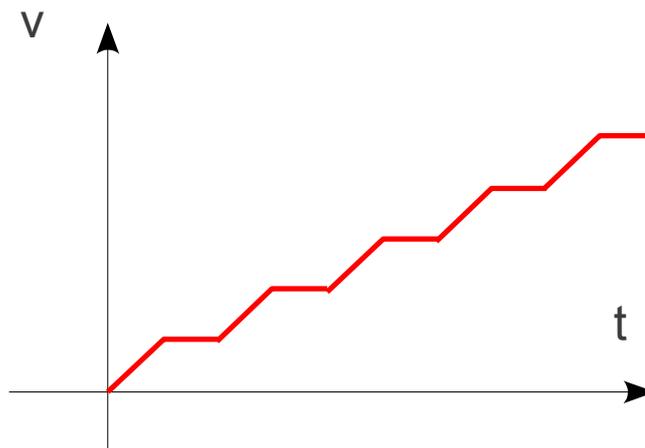
35.c) Même chose, mais les potentiels, et donc les champs, sont inversés.



36.

36.a) Les protons sont toujours accélérés si la force qu'on leur applique par les champs électriques est toujours dirigée dans le même sens.

36.b) En appliquant la loi fondamentale de la dynamique au proton, on aura une accélération nulle à l'intérieur des tubes -donc une vitesse constante-, et une accélération constante entre les tubes -donc une vitesse à variation linéaire-.



36.c) Non : si l'on veut que les passages du proton dans les espaces inter-tubes soient en phase avec la tension d'alimentation (dont la fréquence est constante), alors le temps de traversée de chaque tube doit être le même, et comme la vitesse est plus élevée à chaque tube, alors la longueur des tubes doit être de plus en plus grande.

37.

37.a) 
$$L_i = v_i \cdot \frac{T}{2}$$

37.b) À  $t=0$  il faut que  $V(t=0)$  soit négatif pour que le proton soit accéléré vers la droite et puisse traverser le dispositif, d'où  $-V_{max} \cdot \sin(\Phi) < 0$  et  $0 < \Phi < \pi$ .

37.c) Dans une approximation non relativiste, on a  $E_{ci} = \frac{1}{2} m_p v_i^2 = \frac{1}{2} m_p \left( \frac{L_i}{T/2} \right)^2$ , et en relativiste :

$$E_{ci} = (\gamma - 1) m_p c^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{L_i}{c \cdot T/2} \right)^2}} - 1 \right) \cdot m_p c^2$$

37.d) On a alors  $L_i = c \cdot \frac{T}{2} = c \cdot \frac{1}{2\nu} \approx 15 \text{ m}$  .

37.e) Prenons pour référence la particule qui passe entre deux tubes au moment où V(t) est maximum, elle bénéficie de l'accélération maximale possible : donc elle va pendant la prochaine traversée de tube rattraper les particules qui étaient devant elle mais qui ont été moins accélérées, tandis que celles qui étaient derrière elle sont également moins accélérées et vont donc être rejointes par les particules du paquet suivant.

### III.C Cavités résonnantes

38.

38.a) C et L sont en parallèle, donc  $Z_{\text{éq}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L}} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$  .

38.b)  $i_1(t) = \Re(i_{\underline{1}}(t)) = \Re\left(U_m \frac{e^{j\omega t}}{R}\right) = \frac{U_m}{R} \cos(\omega t)$  , et,

$$i_2(t) = \Re(i_{\underline{2}}(t)) = \Re\left(U_m \frac{e^{j\omega t}}{Z_{\text{éq}}}\right) = U_m \frac{LC\omega^2 - 1}{L\omega} \Re(j e^{j\omega t}) = U_m \frac{1 - LC\omega^2}{L\omega} \sin(\omega t)$$
 .

38.c)  $i_2(t)$  est nul lorsque  $LC\omega^2 = 1$  , c'est à dire  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  .

39.

39.a)  $Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L + r}} = \frac{r + jL\omega}{1 - LC\omega^2 + jrC\omega}$  .

39.b)

$$|Z|^2 = \frac{|r + jL\omega|^2}{|1 - LC\omega^2 + jrC\omega|^2} = \frac{r^2 + L^2\omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + r^2 C^2 \omega^2} = r^2 \frac{1 + \frac{L^2}{r^2} \omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + r^2 C^2 \omega^2} = r^2 \frac{1 + Q^2 x^2}{(1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}$$
 ,

avec  $Q = \frac{L\omega_0}{r} = \frac{1}{rC\omega_0}$  .

39.c)  $i_L(t) = \Re(i_{\underline{L}}(t)) = \Re\left(\frac{U_m e^{j\omega t}}{r + Z_L}\right) = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} \Re\left(\frac{r - jL\omega}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} e^{j\omega t}\right)$  Et on a donc :

$$I_0 = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}} , \quad \tan \alpha = \frac{-L\omega}{r} \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \frac{-L\omega}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}$$
 .

39.d) On a ici  $\alpha = \frac{-\pi}{2}$  , le courant  $i_L(t)$  est en quadrature arrière par rapport à la tension

$u_c(t)$  .

39.e) L'énergie totale stockée dans la cavité résonnante est la somme de l'énergie stockée dans le condensateur et de l'énergie stockée dans la bobine :

$$U = \frac{1}{2} L i_L^2(t) + \frac{1}{2} C u^2(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} C U_m^2 \cos^2(\omega_0 t) = \frac{1}{2} L I_0^2 .$$

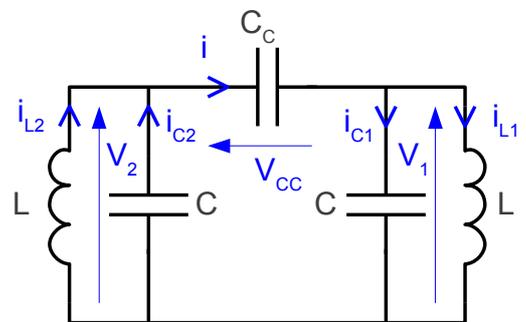
39.f) 
$$P = \frac{1}{T} \int r i^2(t) dt = \frac{r}{T} \int I_0^2 \sin^2(t) dt = r \frac{I_0^2}{2} = r \frac{U}{L} = \frac{\omega_0 U}{Q} .$$

39.g) 
$$P_{amb} = \frac{Q_{4K} \cdot P_{4K}}{Q_{amb}} \approx 5,33 \cdot 10^6 \text{ W} .$$
 Pour une même énergie stockée (et donc les mêmes champs et la même accélération des particules si le volume est identique), la puissance dissipée par les courants surfaciques dans les parois de la cavité sont considérablement plus faibles à 4K.

40.

40.a) On a 
$$i = C_c \frac{dV_{CC}}{dt} = C_c \left( \frac{dV_2}{dt} - \frac{dV_1}{dt} \right) .$$

40.b) En écrivant les lois des nœuds :  $i_{L2} + i_{C2} = i = i_{L1} + i_{C1}$ , en dérivant et en utilisant les lois de comportement des inductances et condensateurs (attention aux conventions générateur et récepteur), on arrive à :



$$\begin{cases} V_1 = -L(C+C_c) \frac{d^2 V_1}{dt^2} + LC_c \frac{d^2 V_2}{dt^2} = -\frac{(1+D)}{\omega_0^2} \frac{d^2 V_1}{dt^2} + \frac{D}{\omega_0^2} \frac{d^2 V_2}{dt^2} \\ V_2 = LC_c \frac{d^2 V_1}{dt^2} - L(C+C_c) \frac{d^2 V_2}{dt^2} = \frac{D}{\omega_0^2} \frac{d^2 V_1}{dt^2} - \frac{(1+D)}{\omega_0^2} \frac{d^2 V_2}{dt^2} \end{cases}$$

40.c) En régime sinusoïdal forcé, on cherche des solutions de la forme  $V_1(t) = V_{1m} e^{j\omega t}$  et  $V_2(t) = V_{2m} e^{j\omega t}$ , le système devient :

$$\begin{cases} (1 - (1+D)x^2) V_{1m} - Dx^2 V_{2m} = 0 \\ -Dx^2 V_{1m} + (1 - (1+D)x^2) V_{2m} = 0 \end{cases} , \text{ et si l'on souhaite qu'il y ait d'autres}$$

solutions que la solution triviale  $V_{1m} = V_{2m} = 0$ , alors le déterminant du système doit être nul :

$$(1 - (1+D)x^2)^2 - D^2 x^4 = 0 .$$

40.d) On doit résoudre l'équation bi-carrée :  $(1+2D)x^4 - 2(1+D)x^2 + 1 = 0$ , le discriminant réduit est égal à  $\Delta' = (1+D)^2 - (1+2D) = D^2$ , et les solutions sont :

$$x_I^2 = \frac{1+D+D}{1+2D} = 1 \text{ et } x_{II}^2 = \frac{1+D-D}{1+2D} = \frac{1}{1+2D} , \text{ d'où les solutions (positives) pour les pulsations :}$$

$$\omega_I = \omega_0 \text{ et } \omega_{II} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+2D}} .$$

Commentaires : on retrouve les résultats classiques lors du couplage de deux oscillateurs :

- pour  $\omega_I = \omega_0$ , le système est équivalent à l'équation  $-D(V_{1m} + V_{2m}) = 0$ , c'est à dire  $V_{1m} = -V_{2m}$ , c'est le mode antisymétrique (oscillateurs en opposition de phase).

- pour  $\omega_{II} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+2D}}$  le système est équivalent à l'équation  $-D(V_{1m} - V_{2m}) = 0$ , c'est à dire  $V_{1m} = V_{2m}$ , c'est le mode symétrique (oscillateurs en phase).
- La fréquence  $\nu_I = \frac{\omega_I}{2\pi}$  du mode antisymétrique est supérieure à la fréquence  $\nu_{II} = \frac{\omega_{II}}{2\pi}$  du mode symétrique puisqu'elle met en jeu plus d'énergie (il y a une énergie stockée dans  $C_C$  pour le mode antisymétrique alors qu'aucune énergie n'est stockée dans  $C_C$  ( $V_{CC} = 0$ ) pour le mode symétrique).
- L'écart entre les deux fréquences propres augmente avec l'intensité du couplage D.

40.e) N modes propres : il y a autant de modes propres que d'oscillateurs couplés.

41.

41.a)  $T_{RF} = \frac{1}{f_{RF}} = 1,43 \text{ ns}$ .

41.b)  $L_i = v_i \cdot \frac{T_{RF}}{2} = \frac{0,65c}{2f_{RF}} \approx 13,9 \text{ cm}$ .

41.c) La particule de charge e placée dans le champ électrique  $\vec{E}$  est soumise à la force  $\vec{F} = e\vec{E}$ , le travail de cette force sur la particule pendant le trajet dans la cellule est égal à :

$W = \int_{cellule} \vec{F} \cdot d\vec{l} = e\vec{E} \int_{cellule} d\vec{l} = eEL_{cellule} = eV_{max} \sin \Phi$ , c'est aussi, par le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la particule la variation d'énergie cinétique de la particule, et, comme il n'y a pas variation des autres formes d'énergie, c'est la variation de l'énergie de la particule : pour N cellules, on aura bien  $\Delta U_a = N_{cell} \cdot e \cdot V_{max} \cdot \sin \Phi$ .

41.d)  $\Delta U_a = N_{cell} \cdot e \cdot V_{max} \cdot \sin \Phi \approx 8,00 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 5,00 \text{ MeV}$ .

**Annexes :**

**Annexe 1 : autre réponse à la question 30 :**

La compression étant adiabatique réversible, on a la relation de Laplace :  $P \cdot v^{\gamma_c} = Cte = P_1 \cdot v_1^{\gamma_c}$ , et le travail massique de compression (noté  $w^*$ , pour le différentiel du travail massique mécanique w fourni par le compresseur) peut se calculer par :

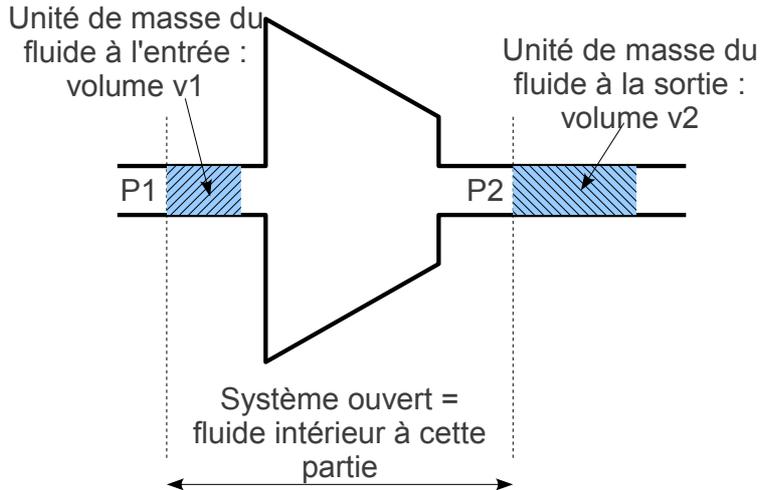
$w^* = \int_1^2 -P dv = \int_1^2 -P_1 v_1^{\gamma_c} \cdot \frac{dv}{v^{\gamma_c}} = \frac{P_1 v_1}{(\gamma_c - 1)} \left( \frac{1}{v_2^{\gamma_c - 1}} - \frac{1}{v_1^{\gamma_c - 1}} \right)$ , puis en utilisant l'équation d'état massique :

$P \cdot v = \frac{R}{M} \cdot T$ , on peut tout exprimer en fonction des variables P et T :

$w^* = \frac{1}{(\gamma_c - 1)} \cdot \frac{R}{M} \cdot T_1 \left( \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1 \right) \approx 141 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Ce travail est le travail nécessaire pour comprimer

de façon adiabatique réversible l'unité de masse du fluide de  $P_1$  à  $P_2$ , mais ce qu'on cherche à calculer c'est le travail que doit fournir le compresseur pour réaliser cette transformation, mais comme on travaille sur un système ouvert, le compresseur n'est pas le seul à fournir du travail et il ne faut pas oublier que travaillent aussi sur le système (le fluide intérieur au compresseur) le fluide amont et le fluide aval, calculons leur contributions :

Le fluide amont exerce une pression (motrice)  $P_1$  sur le système (fluide intérieur au compresseur) et fournira donc un travail  $P_1 v_1$  sur l'unité de masse de fluide (travail que n'aura pas à fournir le compresseur et qu'il faudra donc retrancher à  $w^*$ ), le fluide aval exerce une pression (résistante)  $P_2$  sur le fluide intérieur et fournira un travail  $-P_2 v_2$  (travail que le compresseur devra fournir en plus, et qu'il faudra rajouter à  $w^*$ ).



On obtient donc :

$w = w^* + P_2 v_2 - P_1 v_1 = \Delta u + P_2 v_2 - P_1 v_1 = (u_2 + P_2 v_2) - (u_1 + P_1 v_1) = h_2 - h_1$ . On retrouve donc bien que le travail que fournit le compresseur est la différence des enthalpies massiques, et, au final :

$$w = w^* + P_2 v_2 - P_1 v_1 = \frac{1}{(\gamma_c - 1)} \cdot \frac{R}{M} \cdot T_1 \left( \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1 \right) + \frac{R}{M} T_2 - \frac{R}{M} T_1 = \frac{\gamma_c}{(\gamma_c - 1)} \cdot \frac{R}{M} \cdot T_1 \left( \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1 \right)$$

**Annexe 2 : diagramme enthalpique du R717 (thanks to Morten Juel Skovrup, Department of Energy Engineering, Technical University of Denmark)**

**Diagramme de Mollier de l'ammoniac (R717)**

Cycle utilisé dans le sujet du capes physique 2011

