

Préambule

Ce document est une proposition de correction d'épreuve du CAPES externe de physique-chimie. Il ne doit pas être considéré comme un modèle de copie à rendre mais plutôt comme une aide à la correction.

Il est possible que quelques erreurs se soient glissées dans cette version. Si vous pensez en avoir trouvé une, merci de me contacter via l'adresse phy-chim@laposte.net ou en flashant le QR-code suivant ;



Si vous appréciez la qualité de ce document vous pouvez me soutenir en effectuant un don en cliquant [ICI](#) ou en flashant le QR-code ci-dessous :



Ce document est mis à disposition gratuitement selon les termes de la Licence Creative Commons : Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International.



Table des matières

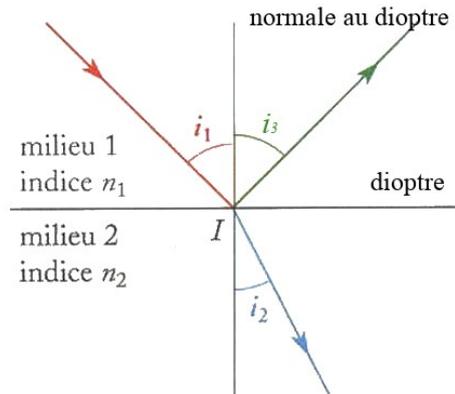
2018 – COMPOSITION : LES VOYAGES EXTRAORDINAIRES DE JULE VERNE

Partie 1 : Jules Verne poète devant la nature : le rayon vert.....	1
Approche théorique simplifiée	
Approche expérimentale	
Partie 2 : Jules Verne visionnaire : la pile à combustible.....	3
Partie 3 : Jules Verne s’amuse avec la science : recul d’un canon.....	5
Partie 4 : Jules Verne et la veille technologique : appareil de Rhumkorff.....	6
Partie 5 : Jules Verne entre réalité et anticipation : étude du Nautilus.....	8
Partie 6 : Jules Verne et l’énergie des mers : énergie thermique des mers.....	10

Partie 1 : Jules Verne poète devant la nature : le rayon vert

Approche théorique simplifiée

1. Définition de l'indice optique : L'indice optique n d'un milieu est le rapport de la célérité de la lumière dans le vide par la célérité de la lumière dans le milieu : $n = c_0 / c$ avec $c_0 = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.



Les 3 lois de Snell-Descartes :

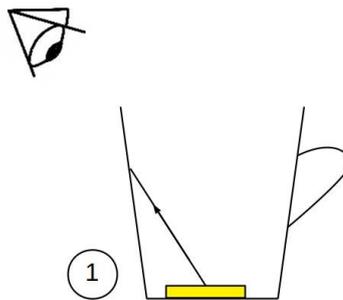
- Les rayons incident, réfracté et réfléchi sont contenus dans un même plan appelé plan d'incidence.
- L'angle de réfraction i_2 et l'angle d'incidence i_1 sont liés par la relation suivante :

$$n_1 \times \sin(i_1) = n_2 \times \sin(i_2)$$

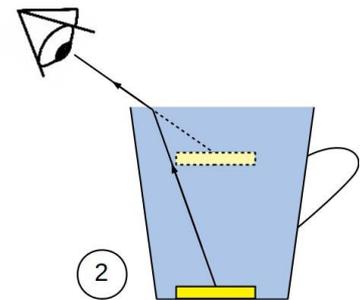
- L'angle de réflexion i_3 et l'angle d'incidence i_1 sont liés par la relation suivante :

$$i_1 = i_3$$

2. (1) En l'absence d'eau la lumière diffusée par la pièce se propage en ligne droite dans l'air or le bord de la tasse intercepte les rayons avant qu'ils n'arrivent à l'œil de l'observateur.



- (2) Après l'ajout d'eau dans la tasse, ces mêmes rayons sont déviés au niveau de l'interface eau → air avant d'atteindre l'œil de l'observateur. La pièce apparaît donc plus haut qu'elle n'est réellement.

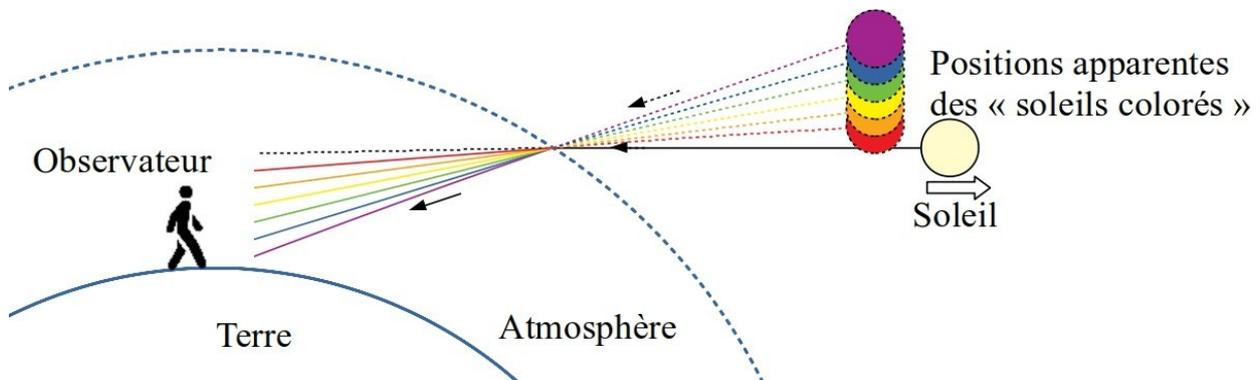


Il se passe exactement le même phénomène pour la lumière provenant des étoiles au niveau de l'interface vide interstellaire → air atmosphérique.

3. D'après le document 1.1, la dispersion de la lumière blanche du Soleil (séparation des ondes lumineuses de longueurs d'onde différentes), la diffusion des lumières violette et bleue

(déviation d'une même onde lumineuse dans plusieurs directions par un objet transparent) et l'absorption des lumières jaune et rouge (transfert de l'énergie de l'onde lumineuse à un objet opaque) permettent d'expliquer le phénomène du rayon vert.

4. D'après le document 1.1 « la réfraction est plus importante aux courtes longueurs d'onde ». Donc l'atmosphère disperse la lumière du Soleil comme le ferait un prisme.



5. $\Delta \lambda = 50 \text{ nm} = 0,050 \text{ }\mu\text{m}$ $\lambda = 550 \text{ nm} = 0,550 \text{ }\mu\text{m}$ $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ $P = 1 \text{ bar} = 760 \text{ mmHg}$
 La différentielle des équations du document 1.2 donne :

$$\begin{aligned} \Delta n &= \left(\frac{-2,96 \times \Delta \lambda}{\lambda^3} \right) \left(\frac{1}{1 + 0,0037 \times T} \right) \left(\frac{P}{760} \right) \times 10^{-6} \\ &= \left(\frac{-2,96 \times 0,050}{0,550^3} \right) \left(\frac{1}{1 + 0,0037 \times 20} \right) \left(\frac{760}{760} \right) \times 10^{-6} \\ &= -8,28 \cdot 10^{-7} \end{aligned}$$

$$\Delta D \approx \frac{\Delta n \times \sin \alpha}{\sqrt{2h/R + \cos^2 \alpha}}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} &\approx \frac{-8,28 \cdot 10^{-7} \times \sin \pi/2}{\sqrt{2 \times 10/6380 + \cos^2 \pi/2}} \\ &\approx -1,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \\ &= -8,5 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ = -0,051 \text{ '} \end{aligned}$$

La déviation est inférieure à 1 minute d'arc donc le rayon vert ne peut pas être observé à l'œil nu. Il faut un dispositif optique dont le grossissement vaut au moins 20.

Approche expérimentale

6. L'objet est réel, il faut obtenir une image réelle en utilisant une lentille convergente.

La relation de conjugaison donne : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ (1).

La relation de grandissement donne : $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \gamma$ (2). On choisit $\gamma = -9$.

Et on sait que : $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = L = 4 \text{ m}$ (3).

En utilisant (2) et (3) on obtient : $\overline{OA} = \frac{L}{\gamma - 1} = \frac{4}{-9 - 1} = -0,4 \text{ m}$

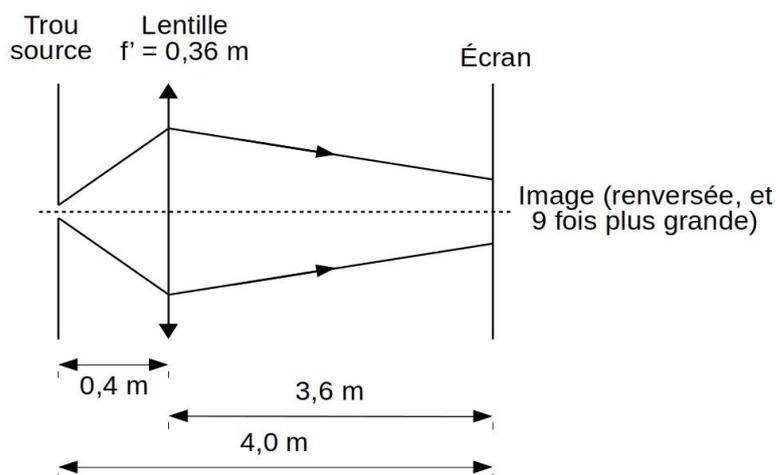
Puis (2) donne : $\overline{OA'} = \gamma \times \overline{OA} = -9 \times -0,4 = 3,6 \text{ m}$

Enfin (1) donne :

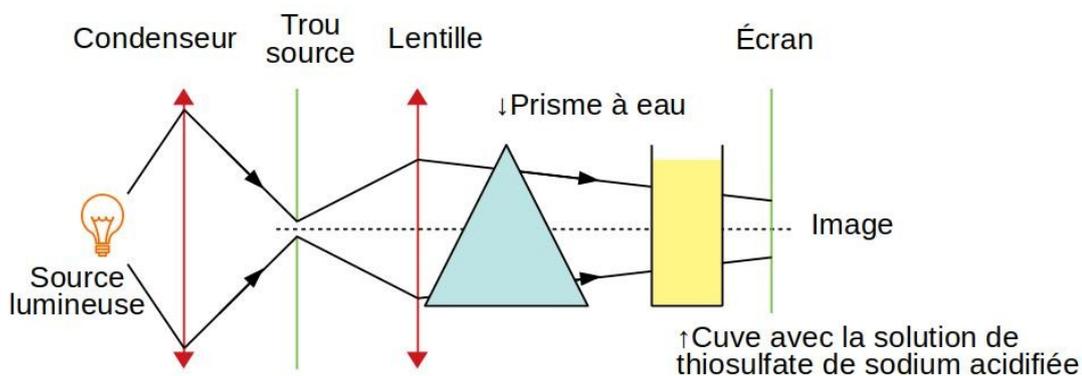
$$f' = \frac{1}{1/\overline{OA'} - 1/\overline{OA}}$$

$$= \frac{1}{1/3,6 + 1/0,4} = 0,36 \text{ m}$$

Il faut utiliser une lentille de distance focale $f' = 0,36 \text{ m}$.



7.



Le condenseur permet de focaliser les rayons issus de la source lumineuse sur le trou source pour que ce dernier soit très lumineux.

Le prisme restitue la dispersion de la lumière solaire dans l'atmosphère.

8.

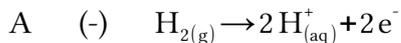
La solution dans la cuve modélise la diffusion de la lumière solaire dans l'atmosphère.

Initialement les irisations bleues et rouges sont dues à la dispersion de la lumière par le prisme. Lorsque la réaction dans la cuve avance les particules de soufre diffusent les radiations bleues mais les radiations vertes demeurent.

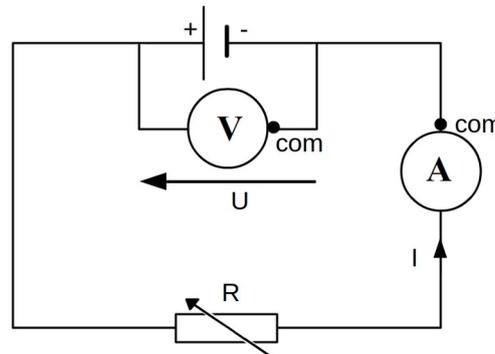
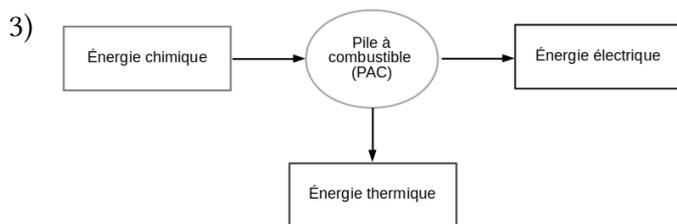
Partie 2 : Jules Verne visionnaire : la pile à combustible

9. Proposition de correction :

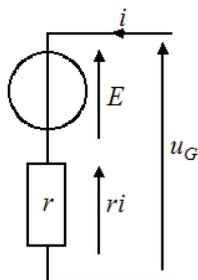
1) Le courant d'intensité i circule toujours de la borne positive vers la borne négative. Les électrons e^- circulent dans le sens inverse. Donc, la borne A est négative, la B est positive.



2) Montage permettant d'obtenir la caractéristique d'une pile (à combustible) \rightarrow



10. Dans le modèle de Thévenin, la pile à combustible est équivalente à un générateur de tension idéal en série avec une résistance :



Le générateur délivre une force électromotrice $E = U(I=0 \text{ A}) = 0,88 \text{ V}$

La résistance interne a pour valeur $r_i = \left| \frac{\Delta U}{\Delta I} \right| = \left| \frac{0,1}{10,8 \cdot 10^{-3}} \right| = 9 \Omega$

11. • Évaluons la durée de la traversée du lac Érié à bord de l'Idef^x :

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{388}{3 \times 1,852} = 70 \text{ h}$$

• En utilisant la loi des gaz parfaits, calculons les quantités de dioxygène et de dihydrogène stockées dans l'Idef^x :

$$n_0(O_2) = \frac{P(O_2) \times V(O_2)}{R \times T} = \frac{250 \cdot 10^5 \times 50 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times (273,15 + 20)} = 513 \text{ mol}$$

$$n_0(H_2) = \frac{P(H_2) \times V(H_2)}{R \times T} = \frac{300 \cdot 10^5 \times 100 \cdot 10^{-3}}{8,31 \times (273,15 + 20)} = 1231 \text{ mol}$$

• En 70 h, la consommation des 3 hommes d'équipage en dioxygène vaut :

$$n_1(\text{O}_2) = 3 \times \frac{m(\text{O}_2)}{M(\text{O}_2)} \times \frac{\Delta t}{\Delta t_{\text{jour}}} = 3 \times \frac{0,82 \cdot 10^3}{2 \times 16} \times \frac{70}{24} = 228 \text{ mol}$$

• Enfin calculons la consommation de la PAC lors de la traversée :

La PAC doit fournir une énergie : $E_{\text{fournie}} = P \times \Delta t = 1,5 \cdot 10^3 \times 70 \times 3600 = 3,8 \cdot 10^8 \text{ J}$

Elle consomme donc une énergie : $E_{\text{consommée}} = \frac{E_{\text{fournie}}}{\eta} = \frac{3,8 \cdot 10^8}{55/100} = 6,9 \cdot 10^8 \text{ J}$

Équivalente à une charge électrique $Q = \frac{E_{\text{consommée}}}{U} = \frac{6,9 \cdot 10^8}{48} = 1,44 \cdot 10^7 \text{ C}$

D'où la consommation en électrons : $n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{1,44 \cdot 10^7}{96500} = 149 \text{ mol}$

Puis celle en dioxygène : $n_2(\text{O}_2) = \frac{n(e^-)}{4} = \frac{149}{4} = 37 \text{ mol}$ (cf question 9 pour le facteur 1/4)

Et celle en dihydrogène : $n_2(\text{H}_2) = \frac{n(e^-)}{2} = \frac{149}{2} = 75 \text{ mol}$ (cf question 9 pour le facteur 1/2)

Les stocks de dioxygène et de dihydrogène de l'Idef^x sont supérieurs à ce qui est consommé lors de la traversée :

$$\underbrace{n_0(\text{O}_2)}_{513 \text{ mol}} > \underbrace{n_1(\text{O}_2) + n_2(\text{O}_2)}_{228 + 37 = 265 \text{ mol}} \quad \text{et} \quad \underbrace{n_0(\text{H}_2)}_{1231 \text{ mol}} > \underbrace{n_2(\text{H}_2)}_{75 \text{ mol}}$$

Donc le sous-marin peut traverser le lac Érié dans la longueur.

Partie 3 : Jules Verne s'amuse avec la science : recul d'un canon

12. • Grille d'autoévaluation :

	Niveau acquisition →			
Savoir	Je connais l'expression de la quantité de mouvement d'un objet			
	Je connais l'énoncé du principe d'inertie.			
	Je connais la loi de conservation de la quantité de mouvement.			
Analyser	Je suis capable d'utiliser le principe des actions réciproques pour expliquer un phénomène.			
Réaliser	Je suis capable d'appliquer la loi de conservation de la quantité de mouvement			

• Proposition de correction :

1) La quantité de mouvement \vec{p} d'un objet de masse m se déplaçant à la vitesse \vec{v} vaut : $\vec{p} = m \times \vec{v}$

Énoncé du principe d'inertie : « Dans un référentiel galiléen, tout système isolé ou pseudo-isolé est soit en mouvement rectiligne uniforme soit immobile (sa quantité de mouvement est alors constante) ».

2) D'après la 3e loi de Newton (principe d'action-réaction), si la grosse Bertha exerce une force $F_{GB/Obus}$ pour propulser l'obus alors l'obus exerce une force sur la grosse Bertha telle que $F_{Obus/GB} = -F_{GB/Obus}$ d'où le recul du canon.

3) Le système {Grosse Bertha + Obus} est soumis à son poids et à la réaction du sol. Ces deux forces se compensent donc ce système est pseudo-isolé. On peut donc écrire :

$$p_{\text{total}} = p_{GB} + p_{Obus} = \text{cste}$$

La conservation de la quantité de mouvement avant et après le tir donne :

$$m \times \vec{v} + m' \times \vec{v}' = \vec{0} \text{ soit en projetant sur l'axe horizontal : } m \times v - m' \times v' = 0$$

$$\text{Finalement on obtient : } v' = \frac{m \times v}{m'} = \frac{700 \times 400}{70.10^3} = 4 \text{ m/s}$$

13. Énoncé du théorème du moment cinétique : « Dans un référentiel galiléen, selon un axe donné, la dérivée du moment cinétique d'un système est égale à la somme des moments des forces qui s'exercent sur lui : $d\vec{L}_{\Delta}/dt = \sum_i \vec{M}_{\Delta}(\vec{F}_i)$ »

Appliquons cette relation à la Terre et dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

Le moment cinétique de la Terre selon l'axe \vec{u}_{ω} vaut : $L_{/\vec{u}_{\omega}} = I_{/\vec{u}_{\omega}} \times \vec{\omega} = \frac{2}{5} M R^2 \omega \vec{u}_{\omega}$

Le moment de la force \vec{F} exercée par l'obus sur la Terre selon l'axe \vec{u}_{ω} vaut :

$$\vec{M}_{\Delta}(\vec{F}) = \vec{OA} \wedge \vec{F} = (R \vec{u}_{OA}) \wedge -\frac{dm v \vec{u}_{\omega_0}}{dt} = \frac{d}{dt} (R m v \vec{u}_{\omega})$$

En appliquant le théorème du moment cinétique, en intégrant puis en projetant selon \vec{u}_{ω} il

$$\text{vient : } \frac{d}{dt} \left(\frac{2}{5} M R^2 \omega \vec{u}_{\omega} \right) = \frac{d}{dt} (R m v \vec{u}_{\omega}) \rightarrow \frac{2}{5} M R^2 \omega = R m v$$

14. En appliquant le résultat précédent on obtient :

$$\omega = \frac{5}{2} \times \frac{m v}{M R} = \frac{5}{2} \times \frac{18.10^7 \times 2,800.10^6}{(5670 \times 4/3 \times \pi \times (6,4.10^6)^3) \times 6,4.10^6} = 3,16.10^{-17} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Or $\omega_0 = 7,3.10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ donc l'effet du tir est négligeable.

15. Comme $\omega \ll \omega_0$ on peut écrire $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{3,16.10^{-17}}{7,3.10^{-5}} = 4,3.10^{-13} \text{ rad}$

16. Le scientifique a sous estimé le rayon de la Terre d'un facteur 10^3 . Or, dans le calcul de ω précédent, le rayon est au dénominateur et à la puissance 4 donc le scientifique sous estime la valeur de ω d'un facteur $(10^3)^4 = 10^{12}$. La nouvelle valeur de l'angle α vaut donc :

$$\alpha' = 10^{12} \times \alpha = 10^{12} \times 4,3.10^{-13} = 0,43 \text{ rad} = 25^\circ$$

Cette fois-ci l'effet du coup de canon est loin d'être négligeable !

Partie 4 : Jules Verne et la veille technologique : appareil de Rhumkorff

17. La loi d'Ohm généralisée donne : $e(t) = Z \cdot i(t)$

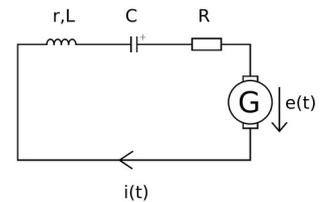
L'impédance totale du circuit vaut :

$$Z = Z_L + Z_C + Z_R = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} + R_{\text{tot}} \quad \text{avec } R_{\text{tot}} = R + r \quad \text{et } j^2 = -1$$

On en déduit que $i(t) = \frac{e(t)}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega} + R_{\text{tot}}}$.

En simplifiant par $e^{j\omega t}$ on obtient : $I_m = \frac{E \cdot e^{-j\phi}}{R_{\text{tot}} \left(1 + \frac{jL\omega}{R_{\text{tot}}} + \frac{1}{jR_{\text{tot}}C\omega} \right)}$

En prenant le module il vient : $I_m = |I_m| = \frac{E}{R_{\text{tot}}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R_{\text{tot}}} - \frac{1}{R_{\text{tot}}C\omega} \right)^2}}$



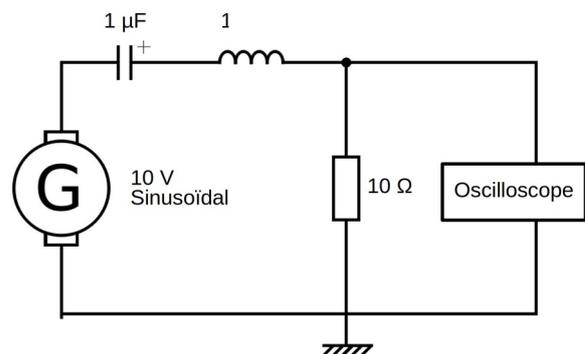
18. À la résonance : $\omega = \omega_0$ et l'intensité I_m atteint son maximum. On cherche donc ω_0 tel

que : $\frac{L\omega_0}{R_{\text{tot}}} - \frac{1}{R_{\text{tot}}C\omega_0} = 0$ soit $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$ (dans ce cas $I_m = E/R_{\text{tot}}$)

19. 1) Réaliser le montage électrique ci-contre puis appeler le professeur avant de mettre le générateur sous tension.

2) En faisant varier la fréquence du signal délivré par le générateur, identifier la fréquence de résonance du système.

3) Mesurer cette fréquence de résonance en utilisant les outils de l'oscilloscope.



4) On donne $f_{\text{résonance}} = \frac{1}{2\pi} \times \sqrt{\frac{1}{LC}}$. à l'aide du résultat précédent évalue la valeur de l'inductance L de la bobine.

Les sources d'incertitudes en lien avec la valeur obtenue portent sur :

- la précision sur la mesure de la fréquence de résonance $f_{\text{résonance}}$
- la précision sur la valeur de la capacité C du condensateur

20. En prenant $i_2(t) = 0$ A et $u_1(t) = 0$ V dans les équations du document 4.3 on obtient :

$$0 = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + R_1 \cdot i_1(t) \quad (1) \qquad u_2(t) = -M \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \quad (2)$$

En intégrant (1) on obtient : $i_1(t) = A \times e^{-R_1/L_1 \cdot t}$.

La continuité de $i_1(t)$ en $t=0$ s impose $i_1(0^-)=i_1(0^+)$ avec $i_1(0^-)=U_0/R_1=i_1(0^+)=A$.

Finalement $i_1(t)=\frac{U_0}{R_1}\times e^{-R_1/L_1 \cdot t}$

21. L'équation (2) de la question précédente donne :

$$u_2(t)=-M \cdot \frac{di_1(t)}{dt}=-M \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{U_0}{R_1}\times e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t}\right)=\frac{M \cdot U_0 \cdot R_1}{R_1 \cdot L_1} e^{-\frac{R_1}{L_1} \cdot t} \text{ ie } u_{2,\max}=u_2(t=0\text{ s})=\frac{M \cdot U_0}{L_1}$$

22. Le gaz de la lampe n'est ionisé que si la tension u_2 est significative. Or, une fois que celle-ci a atteint sa valeur maximum lorsqu'on ferme l'interrupteur, elle décroît de manière exponentielle. Il faut donc fermer et ouvrir alternativement l'interrupteur pour remonter la valeur de u_2 .

23. Prenons $P=13,3 \text{ Pa}=\frac{13,3}{133,3}=0,100 \text{ Torr}$ pour la pression de diazote dans la lanterne.

Sur la photo du document 4.1, le serpentin de la lanterne est une spirale de $N=8$ tours .

La lampe tient dans la main, donc on peut prendre $l=15 \text{ cm}$ pour le périmètre d'un tour.

La longueur du tube est donc : $d=N\times l=8\times 15=120 \text{ cm}$.

Le produit pression \times distance vaut donc : $P\times d=0,100\times 120=12,0 \text{ Torr.cm}$.

La lecture du document 4.4 indique qu'il faut une tension de claquage $V_B=10^3 \text{ V}$.

D'après la question 21 $u_{2,\max}=\frac{M \cdot U_0}{L_1}$ et dans le cas d'un couplage parfait $M=\sqrt{L_1 \times L_2}$.

$$\text{On en déduit : } L_2=\frac{L_1 \times u_{2,\max}^2}{U_0^2}=\frac{5 \cdot 10^{-3} \times (10^3)^2}{2^2}=1250 \text{ H}$$

Cette valeur est très élevée, c'est pour cette raison que le nombre d'enroulements de la bobine du circuit secondaire d'une machine de Ruhmkorff est important.

Partie 5 : Jules Verne entre réalité et anticipation : étude du Nautilus

24. Le système étudié est la forme profilée. Le référentiel est terrestre supposé galiléen.

La 2e loi de Newton donne : $\vec{P}+f_{\text{fluide}}^{\vec{}}+P_{\text{archimède}}^{\vec{}}=\vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g}-k \cdot \vec{v}-\rho \cdot V \cdot \vec{g}=m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$

25. On peut réécrire l'équation précédente comme : $\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{k}{m}\times\vec{v}=\left(1-\frac{\rho \cdot V}{m}\right) \cdot \vec{g}$ (a)

On en déduit : $\vec{v}=\vec{A} \cdot e^{-k/m \times t}+C\vec{ste}$ (b)

La condition initiale $\vec{v}(t=0\text{ s})=\vec{0}$ injectée dans (b) donne : $\vec{A}=-C\vec{ste}$

Et en injectant (b) dans (a) on obtient : $C\vec{ste}=\frac{\vec{g}}{k}(m-\rho \times V)$

Finalement on obtient : $\vec{v}(t) = \frac{\vec{g}}{k} (m - \rho \times V) \cdot (1 - e^{-k/m \times t})$

26. La tangente horizontale permet d'obtenir la valeur de la vitesse limite :

$$v_{\text{lim}} = \frac{g}{k} (m - \rho \times V) = 0,34 \text{ m/s}$$

La tangente à l'origine permet d'obtenir la valeur de la constante de temps :

$$\tau = m/k = 0,2 \text{ s}$$

En effet l'équation de la tangente à l'origine est $g/m \cdot (m - \rho \cdot V) \times t$ elle croise celle de la vitesse limite lorsque $t = \tau = m/k$

27. L'expression de la vitesse limite donne : $k = \frac{g \cdot (m - \rho \times V)}{v_{\text{lim}}}$

On en déduit : $k_{\text{cube}} = 0,13 \text{ kg/s}$, $k_{\text{sphère}} = 0,12 \text{ kg/s}$ et $k_{\text{nautilus}} = 0,098 \text{ kg/s}$

La forme profilée en « cigare » du Nautilus améliore son hydrodynamisme.

28. Les masses volumiques de l'eau de mer et de l'huile sont sensiblement les mêmes. En revanche la viscosité de l'huile près de 60 fois supérieure à celle de l'eau permet d'obtenir des vitesses limites relativement faibles et ainsi de faciliter le pointage vidéo.

29. Lorsqu'on présente le résultat d'une mesure, il faut d'abord évaluer les différentes sources d'incertitudes, en déduire celle sur le résultat et l'indiquer.

Il faut également faire attention à ne pas garder trop de chiffres significatifs sur le résultat pour que ce dernier ne soit pas plus précis que l'incertitude.

On écrira généralement : résultat = (valeur retenue \pm incertitude) unité

30. Le système étudié est composé du sous-marin Nautilus ballasts incluses. Pour que le Nautilus ait une pesée parfaite à 300 mètres de profondeur, il faut que la poussée d'Archimède compense exactement son poids : $\vec{P}_A + \vec{P} = \vec{0}$ soit $\rho_{300} \cdot g \cdot V_{\text{sm}} - m_{\text{sm}} \cdot g = 0$

La masse du sous-marin vaut $m_{\text{sm}} = m_{\text{vide}} + m_{\text{ballast}} = m_{\text{vide}} + V_{\text{ballast}} \cdot \rho_{300}$

Finalement $V_{\text{ballast}} = \frac{\rho_{300} \cdot V_{\text{sm}} - m_{\text{vide}}}{\rho_{300}}$

- D'après les documents 5.2 et 5.4 : $m_{\text{vide}} = 1392 \cdot 10^3 \text{ kg}$
- D'après le document 5.2 : à la surface, le volume immergé du sous-marin vaut :

$$V_{\text{im}} = \frac{9}{10} \times V_{\text{sm}} = 1356,48 \text{ m}^3 \text{ soit } V_{\text{sm}} = \frac{10}{9} \times V_{\text{im}} = \frac{10}{9} \times 1356,48 = 1507 \text{ m}^3$$

- D'après le document 5.2 : le coefficient de compressibilité de l'eau de mer vaut :

$$\chi = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP} = 436 \cdot 10^{-7} \text{ atm}^{-1} = 4,36 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} \text{ (a)}$$

- Le coefficient de compressibilité de l'eau de mer étant très faible, on peut la considérer comme incompressible et dans ce cas $\rho_{300} = \rho_0 = 1026 \text{ kg/m}^3$.

Remarque : Une évaluation plus précise de ρ_{300} est présentée ci-dessous :

Le principe fondamental de la statique donne : $dP = -\rho \times g \times dz$ (b)

Et la masse d'un volume V d'eau de mer vaut : $m = \rho \times V$ (c)

La différentielle logarithmique de (c) donne : $\frac{dm}{m} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V}$ (d)

Or la conservation de la masse donne $dm/m = 0$ d'où : $d\rho/\rho = -dV/V$ (e)

En utilisant (a) et (e) on en déduit : $dP = -\frac{1}{\chi} \cdot \frac{dV}{V} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{d\rho}{\rho}$ (f)

Enfin (f) et (b) donnent : $\frac{d\rho}{\rho^2} = -g \cdot \chi \cdot dz$ et par intégration : $\rho_{300} = \frac{\rho_0}{1 + g \cdot \chi \cdot \rho_0 \cdot \Delta z}$

On obtient : $\rho_{300} = \frac{1026}{1 + 9,81 \times 4,36 \cdot 10^{-10} \times 1026 \times (-300 - 0)} = 1027 \text{ kg/m}^3$

L'approximation proposée précédemment était correcte.

Enfinement : $V_{\text{ballast}} = \frac{\rho_{300} \cdot V_{\text{sm}} - m_{\text{vide}}}{\rho_{300}} = \frac{1026 \times 1507 - 1392 \cdot 10^3}{1026} = 150 \text{ m}^3$

Les ballasts doivent avoir un volume minimal de 150 m^3 .

Partie 6 : Jules Verne et l'énergie des mers : énergie thermique des mers

31. Les eaux profondes à $5 \text{ }^\circ\text{C}$ jouent le rôle de source froide. Celles de surface à $25 \text{ }^\circ\text{C}$ jouent le rôle de sources chaudes. L'ammoniac sert de fluide caloporteur.

32. Bilan énergétique du fluide caloporteur : $\Delta U = Q_{\text{chaud}} + Q_{\text{froid}} + W$ (a)

Bilan entropique du fluide caloporteur : $\Delta S = \frac{Q_{\text{chaud}}}{T_{\text{chaud}}} + \frac{Q_{\text{froid}}}{T_{\text{froid}}} + S_{\text{creation}}$ (b)

33. Pour une transformation cyclique réversible :

$$S_{\text{creation}} = 0 \text{ J.K}^{-1}, \Delta S = 0 \text{ J.K}^{-1} \text{ et } \Delta U = 0 \text{ J}$$

Donc (b) devient : $\frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}} = -\frac{Q_{\text{froid}}}{Q_{\text{chaud}}}$ et (a) devient : $W = -Q_{\text{chaud}} - Q_{\text{froid}}$

Le rendement est égal au rapport de l'énergie utile W produite, comptée négativement, par l'énergie Q_{chaud} absorbée à la source chaude.

$$\eta = \frac{-W}{Q_{\text{chaud}}} = \frac{Q_{\text{chaud}} + Q_{\text{froid}}}{Q_{\text{chaud}}} = 1 + \frac{Q_{\text{froid}}}{Q_{\text{chaud}}} = 1 - \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}}$$

34. $\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}} = 1 - \frac{5 + 273,15}{28 + 273,15} = 0,076 = 7,6 \%$

35. $\eta = -w/q_c$ est le rapport de l'énergie massique fournie par la turbine par l'énergie massique prise à la source chaude.

Il s'agit du rendement réel de la centrale ETM. ($\eta < \eta_{\text{carnot}}$)

- $w = w_{\text{turbine}} = \Delta h_{3 \rightarrow 4} = 1430 - 1480 = -50 \text{ kJ/kg}$ (détente isentropique)
- $q_c = q_{\text{évaporateur}} = \Delta h_{1' \rightarrow 3} = 1480 - 250 = 1230 \text{ kJ/kg}$ (chauffage isobare)

On en déduit : $\eta = \frac{-w}{q_c} = \frac{50}{1230} = 4,1\%$

36. Pour la centrale ETM, l'énergie utile récupérée par le turbo-alternateur est supérieure à l'énergie dépensée pour faire fonctionner les pompes : $|w_{\text{turbo alternateur}} / \sum w_{\text{utiles}}| > 1$ le supplément d'énergie est puisé à la source chaude c'est-à-dire dans l'eau de mer.

37. D'après le diagramme Pression-Enthalpie, la variation d'enthalpie massique lors de la détente (supposée isentropique) dans la turbine vaut :

$$\Delta h_{3 \rightarrow 4} = h_4 - h_3 = 1430 - 1480 = -50 \text{ kJ/kg}$$

Le travail massique fourni à la turbine vaut donc : $w = -\Delta h_{3 \rightarrow 4} = 50 \text{ kJ/kg}$

On a :

- $P_{\text{turbo-alternateur}} - P_{\text{pompe-eau-chaude}} - P_{\text{pompe-eau-froide}} - P_{\text{pompe-ammoniac}} = 10 \text{ MW}$
- $P_{\text{turbo-alternateur}} = \eta \times w \times D_{\text{massique}}$

Soit : $D_{\text{massique}} = \frac{10 \text{ MW} + P_{\text{pec}} + P_{\text{pef}} + P_{\text{pa}}}{\eta \times w} = \frac{(10 + 1,912 + 3,723 + 0,262) \times 10^6}{0,83 \times 50 \cdot 10^3} = 383 \text{ kg/s}$

Il faut donc faire circuler l'ammoniac avec un débit massique de 383 kg/s pour obtenir une puissance de 10 MW.