Préambule

Ce document est une proposition de correction d'épreuve du CAPES externe de physique-chimie. Il ne doit pas être considéré comme un modèle de copie à rendre mais plutôt comme une aide à la correction.

Il est possible que quelques erreurs se soient glissées dans cette version. Si vous pensez en avoir trouvé une, merci de me contacter via l'adresse phy-chim@laposte.net ou en flashant le QR-code suivant ;

Si vous appréciez la qualité de ce document vous pouvez me soutenir en effectuant un don en cliquant ICI ou en flashant le QR-code ci-dessous :

Ce document est mis à disposition gratuitement selon les termes de la Licence Creative Commons : Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International.

Table des matières

2020 – Composition : Étude de quelques expériences déterminantes en physique

I - Expérience sur la chute des corps....3

a) Quelques aspects historiques

b) Saut en chute libre de Félix Baumgartner

II – Expérience des trous d'Young....5

a) Quelques aspects historiques

b) Applications

III – Expérience de Joule....7

a) Quelques aspects historiques

b) Autre exemple de conversion d'un travail en transfert thermique : la bouilloire

IV – Expérience de Hertz....10

a) Quelques aspects historiques

b) Étude d'une transmission hertzienne

c) Principe d'une transmission hertzienne

2020 – Composition :
Étude de quelques expériences déterminantes en physique

I - Expérience sur la chute des corps

a) Quelques aspects historiques

1. Le système étudié est le mobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

   Le mobile est soumis à son poids et à la réaction du support : $\Sigma\vec{F}=\vec{P}+\vec{R}$

   La relation fondamentale de la dynamique (2e loi de Newton) donne : $\Sigma\vec{F}=m\times\vec{a}$.

   Sa projection dans le référentiel orthonormé $(O,\vec{u_T},\vec{u_N})$ donne :

   $$\begin{pmatrix}0\\R\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}m.g.\sin\alpha\\m.g.\cos\alpha\end{pmatrix}=m\times\begin{pmatrix}\ddot{x}(t)\\\ddot{y}(t)\end{pmatrix}$$

   La projection le long de l'axe $\vec{u_T}$ donne : $\ddot{x}(t)=g.\sin\alpha$

2. Par intégrations successives on obtient :

   - $\dot{x}(t)=g.\sin\alpha.t$ car $\dot{x}(t=0)=0\,m/s$
   - $x(t)=\frac{1}{2}.g.\sin\alpha.t^2$ car $x(t=0)=0\,m$

   La dernière équation horaire donne : $t_0=\sqrt{\frac{2.l}{g.\sin\alpha}}=\sqrt{\frac{2}{g.h}}\times l$

   Le temps de chute est proportionnel à la longueur de plus grande pente l et inversement proportionnel à la racine carrée du dénivelé h. En revanche ce temps de chute est bien indépendant de la masse m du mobile.

3. Explication : Les 15 élèves qui ont choisi la réponse A se fient à leur intuition plutôt qu'à la modélisation et au résultat mathématique.

   Remédiation :

   - Faire l'expérience dans un tube sous vide avec 2 balles, l'une en liège et l'autre en plomb.
   - Faire interpréter l'équation obtenue précédemment pour expliquer l'influence de la variation de chacun des paramètres sur la valeur du temps de chute t_0.

b) Saut en chute libre de Félix Baumgartner

4. F. Baumgartner est en chute libre s'il est seulement soumis à son propre poids $\vec{P}$.

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Son accélération est alors constante, égale à l'intensité de la pesanteur supposée constante et sa vitesse est une fonction linéaire du temps.

D'après le graphique c'est le cas entre 0 et 50 s et $\delta = \frac{1}{2} \times g \times t_f^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 50^2 = 13.10^3\, m$

Remarque : En un point situé à une hauteur H, l'intensité de la pesanteur vaut $g = \frac{G.M_{Terre}}{(R_T+H)^2}$

Dans le cas précédent, l'intensité de la pesanteur variait de :

$$\frac{\Delta g}{g} = 1 - \frac{(R_T+H-\delta)^2}{(R_T+H)^2} = 1 - \left(\frac{6400+39-12,5}{6400+39}\right)^2 = 0,4\%$$ *ce qui est bien négligeable.*

5. Notons A le point où F. Baumgartner atteint sa vitesse limite la plus élevée (t=50 s) et B celle où il atteint sa seconde vitesse limite (t=200 s). Dans les 2 cas son accélération est nulle. D'après le PFD, la résultante des forces qui s'exercent sur lui est alors nulle : $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$
La force de frottement est colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse donc :

$$f = \frac{P_f}{v} = \frac{1}{2}.\rho.A.C.v^2$$ or A et C sont inconnus.

Aux points A et B on peut écrire : $\frac{1}{2}.\rho.A.C.v^2 = m.g$.

En l'écrivant en A et en B on peut obtenir $\rho_A.v_A^2 = \rho_B.v_B^2$

En B la pression est égale à 20 % de la pression atmosphérique.

La loi des gaz parfaits donne : $P_B.V = n.R.T_B$ et en utilisant la relation $n = \frac{m}{M_{air}} = \frac{\rho_B.V}{M_{air}}$

$$\rho_B = \frac{P_B.M_{air}}{R.T_B} = \frac{0,20 \times 1.10^5 \times 0,029}{8,31 \times (273-50)} = 0,31\, kg/m^3$$

Finalement on obtient :

$$\rho_A = \rho_B \times \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = 0,31 \times \left(\frac{100}{400}\right)^2 = 0,019\, kg/m^3$$ à t = 50 s.

Cela correspond à une pression $P_A = \frac{R.T_A.\rho_A}{M_{air}} = \frac{8,31 \times (273-50) \times 0,019}{0,029} = 1,2.10^3\, Pa$

La statique des fluides donne : $dP = -\rho.g.dz$ soit $\frac{dP}{P} = -\frac{M_{air}}{R.T}.g.dz$

Une intégration entre le sol (point S) et le point A donne $\ln\left(\frac{P_A}{P_S}\right) = -\frac{M_{air}}{R.T}.g.(z_A - z_S)$.

Soit $z_A = z_S + \frac{R.T}{M_{air}.g} \times \ln\left(\frac{P_S}{P_A}\right) = 0 + \frac{8,31 \times (273-50)}{0,029 \times 10} \times \ln\left(\frac{1,0.10^5}{1,2.10^3}\right) = 28\, km$

 Sous licence CC-BY-NC-SA

En résumé Baumgartner atteint sa vitesse maximale à $\boxed{z_A = 28\,km}$ d'altitude, la masse volumique de l'air y est de $\boxed{\rho_A = 0{,}019\,kg/m^3}$.

À cette altitude la masse volumique (et la pression) de l'air sont tellement faibles (environ 100 fois inférieures à celles au sol) que l'onde de choc crée lors du passage du mur du son n'est pas significative.

Remarque : cela est cohérent avec la question précédente puisque Baumgartner atteint sa vitesse maximale juste après la fin de son mouvement uniformément accéléré en :

$$z_A = H - \delta = 39 - 13 = 26 \text{ km}$$

II – Expérience des trous d'Young

a) Quelques aspects historiques

6. Notons $\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}.S_1M$ et $\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0}.S_2M$. Au point M la vibration résultante vaut :

$$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t) = S_0.(\cos(\omega.t - \varphi_1) + \cos(\omega.t - \varphi_2))$$

L'éclairement en ce point vaut :

$$\begin{aligned}
\epsilon(M) &= \langle s(M,t)^2 \rangle_t \\
&= S_0^2.\left(\underbrace{\langle \cos^2(\omega.t - \varphi_1) \rangle_t}_{1/2} + \underbrace{\langle \cos^2(\omega.t - \varphi_2) \rangle_t}_{1/2} + \langle 2.\cos(\omega.t - \varphi_1).\cos(\omega.t - \varphi_2) \rangle_t \right) \\
&= S_0^2 \times \left(1 + \underbrace{\langle \cos(2\,\omega.t - \varphi_1 - \varphi_2) \rangle_t}_{0} + \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle_t \right) \\
&= S_0^2 \times (1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_1))
\end{aligned}$$

Or le déphasage vaut : $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times (S_2M - S_1M)$

En utilisant le théorème de Pythagore on peut écrire :

$$S_1M^2 = (y - a/2)^2 + x^2 + D^2 \text{ soit } S_1M = D \times \sqrt{\frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{4D^2} - \frac{a.y}{D^2} + \frac{x^2}{D^2} + 1}$$

Un développement limité de la racine carré au deuxième ordre donne :

$$S_1M \approx D \times \left(1 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{4D^2} - \frac{a.y}{D^2} + \frac{x^2}{D^2} \right) \right)$$

De même $S_2M \approx D \times \left(1 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{y^2}{D^2} + \frac{a^2}{4D^2} + \frac{a.y}{D^2} + \frac{x^2}{D^2} \right) \right)$

On en déduit l'expression du déphasage : $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times (S_2M - S_1M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times \frac{a.y}{D}$

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Finalement : $\epsilon(M)=\epsilon_0\times\left(1+\cos\left(\frac{2.\pi.a.y}{\lambda_0.D}\right)\right)$ avec $\epsilon_0=S_0^2$

7. La formule ci-dessus prédit des franges d'interférence horizontales, car l'éclairement ne varie que lorsque l'ordonnée y varie. Les halos circulaires sont dus à un autre phénomène : la diffraction de la lumière à travers les 2 trous sources.
8. Les franges lumineuses sont obtenues pour des interférences constructives.

   Cela advient lorsque : $\frac{2.\pi.a.y}{\lambda_0.D}=p\times 2\pi$ où p est un entier appelé ordre d'interférence.

   Entre 2 franges lumineuses séparées d'une distance Δy on peut écrire $\lambda_0=\frac{a.\Delta y}{D.\Delta p}$.

   On peut compter 10 franges en 1,0 cm donc :

$$\lambda_0=\frac{0{,}50.10^{-3}\times 1{,}0.10^{-2}}{1{,}0\times 10}=5{,}0.10^{-7}\,m=500\,nm$$

   La taille de la tâche de diffraction est $l=\frac{2.\lambda.D}{b}$ soit :

$$b=\frac{2.\lambda.D}{l}=\frac{2\times 5{,}0.10^{-7}\times 1{,}0}{2{,}0.10^{-2}}=5{,}0.10^{-5}\,m=50\,\mu m$$

b) Applications

9. La relation de De Broglie donne $p=\frac{h}{\lambda_e}$. On en déduit $\Delta p_y=p.\sin\theta=\frac{h}{\lambda_e}.\sin\theta$.

   La relation d'indétermination de Heisenberg donne : $\underbrace{d}_{\approx\Delta y}\times\underbrace{h/\lambda_e.\sin\theta}_{\Delta p_y}\geq\frac{h}{4\pi}$.

   On en déduit l'angle de diffraction minimal : $\theta_m\approx\arcsin\left(\frac{\lambda_e}{4.\pi.d}\right)$
10. Dans un solide cristallin la distance entre 2 atomes ou ions est de l'ordre $d\approx 1\,nm=10^{-9}\,m$. Il faut donc des électrons de longueur d'onde $\lambda_e\approx 1.10^{-10}\,m$.

    En supposant que l'énergie mécanique de l'électron est conservée lors de son accélération on peut écrire : $E_{pi}+\underbrace{E_{ci}}_{0\,J}=\underbrace{E_{pf}}_{0\,J}+E_{cf}$ soit $e.U=\frac{p^2}{2.m_e}=\frac{(h/\lambda_e)^2}{2.m_e}$.

    On en déduit :

$$U=\frac{h^2}{2.m_e.\lambda_e^2.e}=\frac{(7.10^{-34})^2}{2\times 9.10^{-31}\times(1.10^{-10})^2\times 2.10^{-19}}=1.10^2\,V$$

    L'énergie de masse d'un électron vaut $E_{masse}=m.c^2=9.10^{-31}\times(3.10^8)^2=8.10^{-14}\,J$.

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Son énergie cinétique finale vaut : $E_{cinétique}=E_{pi}=e.U=2.10^{-19}\times 1.10^{2}=2.10^{-17}\,J$.

L'énergie cinétique représente 0,03 % de l'énergie de masse ce qui est négligeable. Les électrons sont bien non relativistes. Le calcul classique est adapté.

On peut aussi calculer le facteur de vitesse :

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{\sqrt{2.e.U/m}}{c}=\frac{\sqrt{2\times 2.10^{-19}\times 1.10^{2}/9.10^{-31}}}{3.10^{8}}=2\%\ \text{ on a bien }\ v\ll c$$

Remarque : Voici le calcul dans le cas relativiste.

L'énergie des électrons s'écrit : $E=\gamma.m_e.c^2=\underbrace{(\gamma-1).m_e.c^2}_{E_{cinétique}}+\underbrace{m_e.c^2}_{E_{masse}}$ *avec* $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

On a toujours : $E_{cf}=E_{pi}$ *. En posant* $\alpha=\frac{e.U}{m_e.c^2}$ *on obtient* $\gamma-1=\alpha$ *puis* $v=c.\frac{\sqrt{\alpha(\alpha+2)}}{\alpha+1}$.

L'impulsion relativiste d'un électron vaut $p=\gamma.m_e.v$ *et on a toujours* $p=h/\lambda_e$.

Finalement $\frac{h}{\lambda_e}=m_e.c.\sqrt{\alpha(\alpha+2)}$ *que l'on peut réécrire :* $\alpha^2+2\alpha-\left(\frac{h}{\lambda_e.m_e.c}\right)^2=0$

La seule racine positive de ce polynôme vaut $\alpha=\sqrt{1+\left(\frac{h}{\lambda_e.m_e.c}\right)^2}-1$.

$$U=\frac{m_e.c^2}{e}\times\left[\sqrt{1+\left(\frac{h}{\lambda_e.m_e.c}\right)^2}-1\right]\ (2^{nd}\text{ ordre }\rightarrow\text{résultat classique})$$

Cela donne

$$=\frac{9.10^{-31}.(3.10^{8})^2}{2.10^{-19}}\times\left[\sqrt{1+\left(\frac{7.10^{-34}}{1.10^{-10}\times 9.10^{-31}\times 3.10^{8}}\right)^2}-1\right]$$

$$=1.10^{2}V$$

III – Expérience de Joule

a) Quelques aspects historiques

11. L'énergie mécanique fournie pas la masse à l'eau vaut :

$$W=E_{pp}=m\times g\times H\times N=3\times 10^{1}\times 1\times 10^{1}\times 2\times 20=1.10^{4}\,J$$

L'énergie thermique acquise par le calorimètre vaut :

$$Q=E_{th}=C\times\Delta T=5\times 0{,}6=3\,kcal$$

On obtient alors $A=\frac{W(J)}{Q(cal)}=\frac{1.10^{4}}{3.10^{3}}=3\,J/cal$

Cette valeur est très loin de la valeur actuellement admise de A = 4,185 J/cal. L'écart est dû à la faible précision de l'ensemble des mesures dont les résultats sont donnés avec 1 seul chiffre significatif et des incertitudes probablement élevées.

 Sous licence CC-BY-NC-SA

b) Autre exemple de conversion d'un travail en transfert thermique : la bouilloire

12. Le rendement de la bouilloire vaut :

$$\eta=\frac{E_{thermique}}{E_{electrique}}=\frac{m_{eau}\times c_{eau}\times\Delta T_{eau}}{P_{bouilloire}\times\Delta t_{chauffage}}=\frac{1{,}670\times4185\times(48{,}5-30{,}0)}{2515\times67{,}0}=0{,}767=76{,}7\,\%$$

Calculons les incertitudes relatives sur chacune des grandeurs mesurées :

- $u_r(\Delta T_{eau})=\frac{u(\Delta T_{eau})}{\Delta T_{eau}}=\frac{\sqrt{u(T_i)^2+u(T_f)^2}}{T_f-T_i}=\frac{\sqrt{0{,}5^2+0{,}5^2}}{48{,}5-30{,}0}=0{,}04$
- $u_r(m_{eau})=\frac{u(m_{eau})}{m_{eau}}=\frac{0{,}005}{1{,}670}=0{,}003$
- $u_r(\Delta t_{chauffage})=\frac{0{,}5}{67{,}0}=0{,}008$
- $u_r(P_{bouilloire})=\frac{5}{2515}=0{,}002$
- $u_r(c_{eau})=\frac{1}{4185}=0{,}0002$

L'incertitude sur le rendement de la bouilloire vaut donc :

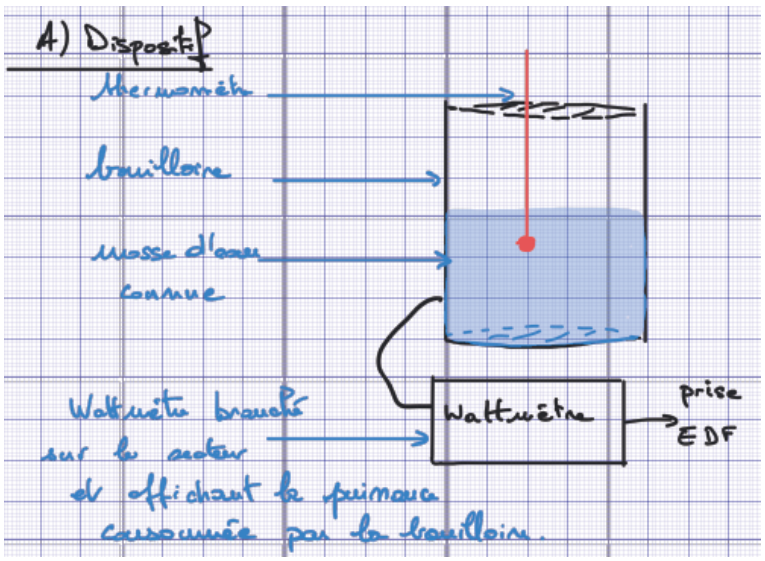
$$\begin{aligned}u(\eta) &= \eta\times\sqrt{u_r(m_{eau})^2+u_r(c_{eau})^2+u_r(\Delta T_{eau})^2+u_r(P_{bouilloire})^2+u_r(\Delta t_{chauffage})^2}\\ &=76{,}7\times\sqrt{0{,}003^2+0{,}0002^2+0{,}04^2+0{,}002^2+0{,}008^2}\\ &=3\,\%\end{aligned}$$

Finalement le rendement de la bouilloire vaut $\eta=(77\pm3)\,\%$.

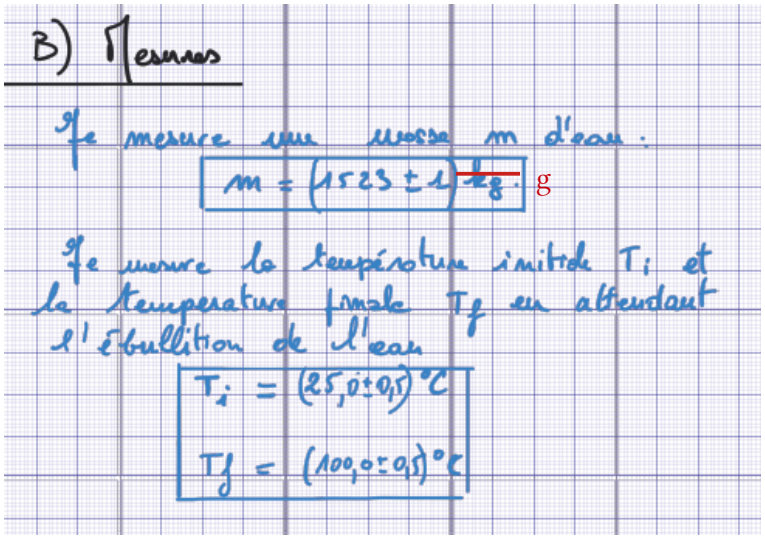
En théorie, le rendement de conversion électrique-thermique d'un appareil de chauffage est de 100 % mais ici il s'agit du rendement de chauffage de l'eau. Ce dernier est dégradé par les pertes thermiques pendant la durée de l'expérience et par la thermalisation qui existe entre cette eau et les matériaux constituant la bouilloire.

13.

 Sous licence CC-BY-NC-SA

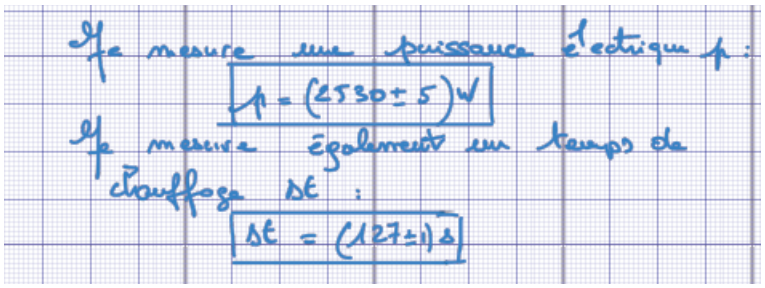


Pour le protocole il faut préciser toutes les grandeurs mesurées (masse, temps, ...) et les appareils qui permet de la faire.



Il est plus judicieux d'arrêter le chauffage avant d'atteindre l'ébullition car dans le cas contraire une partie de l'énergie sert à vaporiser l'eau et non plus à augmenter sa température.

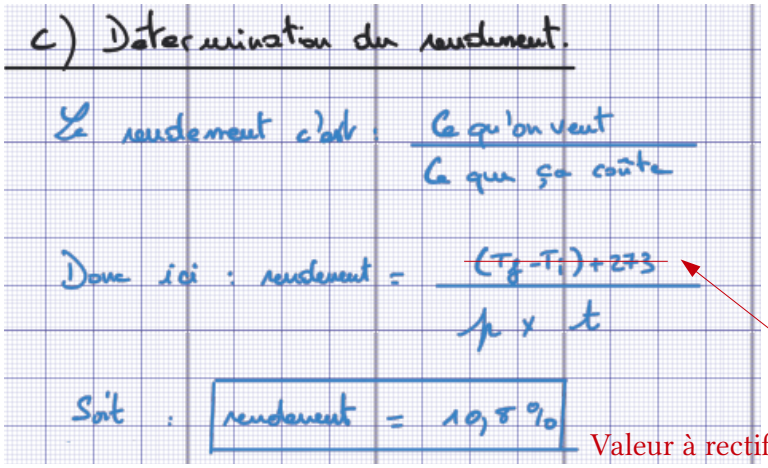
En outre, plus l'eau est chaude et plus il y aura de pertes thermiques pendant la durée de l'expérience.



Il faut préciser comment tu obtiens l'incertitude sur la valeur de la puissance.

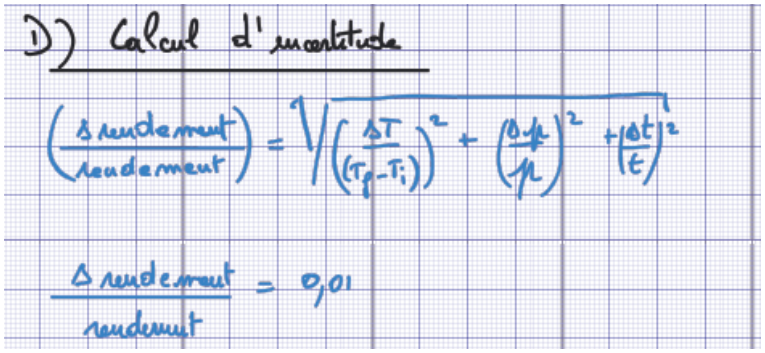
Les formules sont à écrire de manière littérale en utilisant les symboles dans grandeurs puis de manière numérique en écrivant chaque valeur.

 Sous licence CC-BY-NC-SA

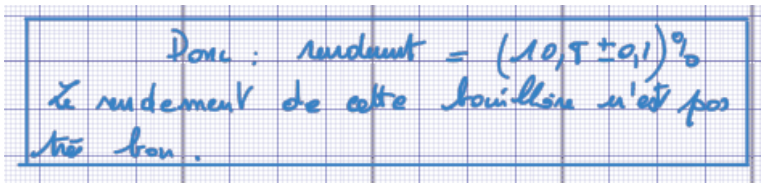


La formule permettant de calculer l'énergie thermique est : $E_{th} = m \times c_m \times \Delta T$

Valeur à rectifier



Il faut préciser comment tu en déduis la valeur de l'incertitude absolue sur le rendement.



IV – Expérience de Hertz

a) Quelques aspects historiques

14. Dans le vide les équations de Maxwell donnent :

$$\begin{cases} \text{div}(\vec{E}) &= 0 \\ \vec{\text{rot}}(E) &= -\partial\vec{B}/\partial t \\ \text{div}(\vec{B}) &= 0 \\ \vec{\text{rot}}(\vec{B}) &= \mu_0 . \epsilon_0 \times \partial\vec{E}/\partial t \end{cases}$$

15. L'analyse vectorielle donne : $\vec{\text{rot}}\left(\vec{\text{rot}}\,E\right) = \vec{\text{grad}}\left(\text{div}\,\vec{E}\right) - \vec{\Delta}\,\vec{E} = -\vec{\Delta}\,\vec{E}$

On a aussi : $\vec{\text{rot}}\left(\vec{\text{rot}}\,E\right) = \vec{\text{rot}}\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) \underset{*}{=} -\frac{\partial\left(\vec{\text{rot}}\,\vec{B}\right)}{\partial t} = -\mu_0 . \epsilon_0 \times \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$

Finalement on obtient l'équation de propagation : $\vec{\Delta}\,\vec{E} - \frac{1}{c^2} \times \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ avec $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 . \epsilon_0}}$

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Remarque : une dérivée partielle par rapport au temps peut être permutée avec les opérateurs vectoriels linéaires ($div, \vec{rot}, \vec{grad}, \Delta, \vec{\Delta}$) dans la mesure où la dérivation se fait sur des variables indépendantes entre elles (x,y et z sont indépendantes de t).*

16. Dans ce cas particulier :

$$\vec{\Delta}\vec{E}=\Delta E_x.\vec{u}_x+\Delta E_y.\vec{u}_y+\Delta E_z.\vec{u}_z=\Delta E_x.\vec{u}_x=\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}\right).\vec{u}_x=\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2}\vec{u}_x$$

$$\text{et}\quad \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2}.\vec{u}_x$$

On obtient alors : $\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\times\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2}=0$

17. Il s'agit d'une onde plane progressive se propagent le long de l'axe z avec une célérité c.

18. Si $E_0=-E_{0,r}$ et $\phi=0$ alors :

$$\underline{\vec{E}}(z=0,t)=\underline{\vec{E}_t(z=0,t)}+\underline{\vec{E}_r(z=0,t)}=E_0.e^{j\omega_0.t}\vec{u}_x-E_0.e^{j\omega_0.t}\vec{u}_x=\vec{0}\ \ \forall\ t$$

Cela est en accord avec la présence d'un conducteur supposé parfait (le zinc) en z=0 m.

Le champ électrique résultant vaut donc :

$$\begin{aligned}\underline{\vec{E}}(z,t) &= \underline{\vec{E}_t}+\underline{\vec{E}_r}=E_0\times\left(e^{j(\omega_0.t-k_0.z)}-e^{j(\omega_0.t+k_0.z)}\right)\vec{u}_x\\ &= E_0\times e^{j.\omega_0.t}\times\left(e^{-j.k_0.z}-e^{j.k_0.z}\right)\vec{u}_x \qquad \text{avec}\ \ k_0=\frac{\omega_0}{c}\\ &= -2.E_0.j.e^{j.\omega_0.t}.\sin(k_0.z)\vec{u}_x\end{aligned}$$

La 2e équation de Maxwell donne $\vec{rot}\,\vec{E}=\frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$.

Ici $\vec{rot}\,\vec{E}=\frac{\partial E_x}{\partial z}.\vec{u}_y$ donc $\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t}=+2.E_0.j.k_0.e^{j.\omega_0.t}.\cos(k_0.z)\vec{u}_y$

Remarque : $\vec{rot}\,\vec{X}=\left(\frac{\partial X_z}{\partial y}-\frac{\partial X_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x+\left(\frac{\partial X_x}{\partial z}-\frac{\partial X_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y+\left(\frac{\partial X_y}{\partial x}-\frac{\partial X_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z$

Par intégration on obtient :

$$\underline{\vec{B}}=\frac{2.E_0}{c}.e^{j.\omega_0.t}.\cos(k_0.z)\vec{u}_y\ \text{ puis }\ \vec{B}=\Re\,\underline{\vec{B}}=\frac{2E_0}{c}.\cos(\omega_0.t).\cos(k_0.z).\vec{u}_y$$

19. Si $k_0.a\ll 1$ alors $a\ll\frac{1}{k_0}\left(=\frac{\lambda}{2\pi}\right)$. Si la longueur d'onde est très supérieure aux dimensions de l'antenne alors la variation spatiale du champ électrique est négligeable à l'échelle de l'antenne.

20. La loi de Faraday donne :

$$e=-\frac{\partial\Phi_{antenne}(\vec{B})}{\partial t}=-\frac{2E_0}{c}.\omega_0.a^2.\cos(k_0.z_c).\sin(\omega_0.t)$$

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Remarque : La loi de Faraday se démontre à partir de la 2e équation de Maxwell appelée équation de Maxwell-Faraday : $\vec{rot}\,\vec{E}=\frac{-\partial \vec{B}}{\partial t}$

Son intégration sur la surface S délimitée par un conducteur filiforme de longueur L donne :

$$\iint_S \vec{rot}\,\vec{E}.d\vec{S}=-\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \vec{B}.d\vec{S}=-\frac{\partial \Phi_S(\vec{B})}{\partial t}$$

Or le théorème de Kelvin-Stokes permet d'écrire : $\iint_S \vec{rot}\,\vec{E}.d\vec{S}=\oint_L \vec{E}.d\vec{l}$.

Finalement la force électromotrice induite vaut : $e=\oint_L \vec{E}.d\vec{l}=-\frac{\partial \Phi_S(\vec{B})}{\partial t}$.

21. De tels points sont séparés d'une distance d_m telle que $k_0 \times d_m = \pi$ soit $d_m = \frac{\pi}{k_0}$

22. $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2.\pi} = \frac{k_0.c}{2.\pi} = \frac{c}{2.d_m} = \frac{3{,}0.10^8}{2\times 5{,}0} = 30.10^6\ Hz = 30\ MHz$

b) Étude d'une transmission hertzienne

23. Le professeur cherche à faire travailler les compétences « Maîtriser l'usage des chiffres significatifs » et « Évaluer l'affaiblissement d'un signal à l'aide du coefficient d'atténuation ».

24. Proposition de correction :

1. La longueur d'onde de l'onde étudiée vaut : $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3{,}00.10^8}{8{,}00.10^9} = 0{,}0375\,m$.

L'atténuation vaut $A_1(dB) = 10.\log\left(\frac{P_e}{P_s}\right) = 10.\log\left(\frac{4.\pi.d}{\lambda}\right)^2 = 130{,}5\,dB$

2. Graphiquement, en reliant les points 100 mm/h et 8 GHz, on lit $A_{l2} = 1{,}6\,dB/km$ soit :

$$A' = A_1 + A_2 = A_1 + A_{l2}\times d = 130{,}5 + 1{,}6\times 10 = 1{,}5.10^2\,dB$$

Difficultés possibles :

- le calcul de la longueur d'onde de l'onde utilisée
- la lecture de monogramme (document B) à échelles non linéaires.

Modifications envisagées :

- Rappeler la formule liant célérité, longueur d'onde et fréquence d'une onde.
- Remplacer le monogramme par un ou des graphiques plus facilement exploitables.

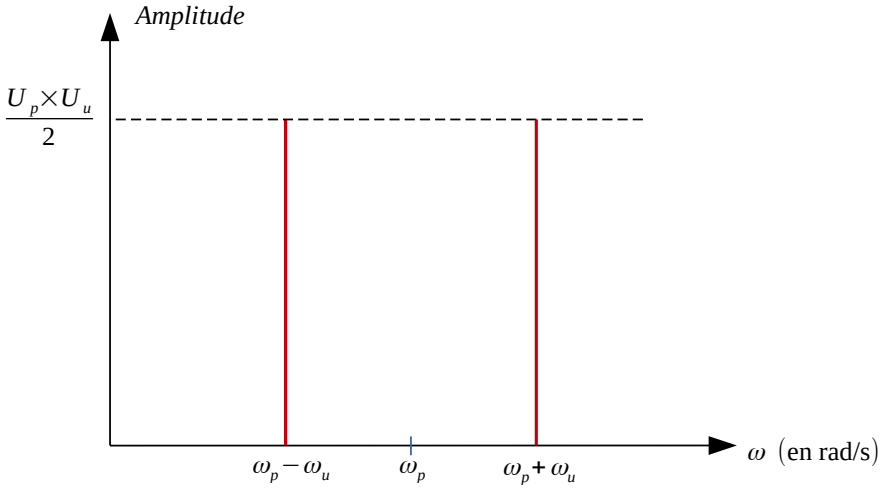
c) Principe d'une transmission hertzienne

25. Le signal modulé s'écrit :

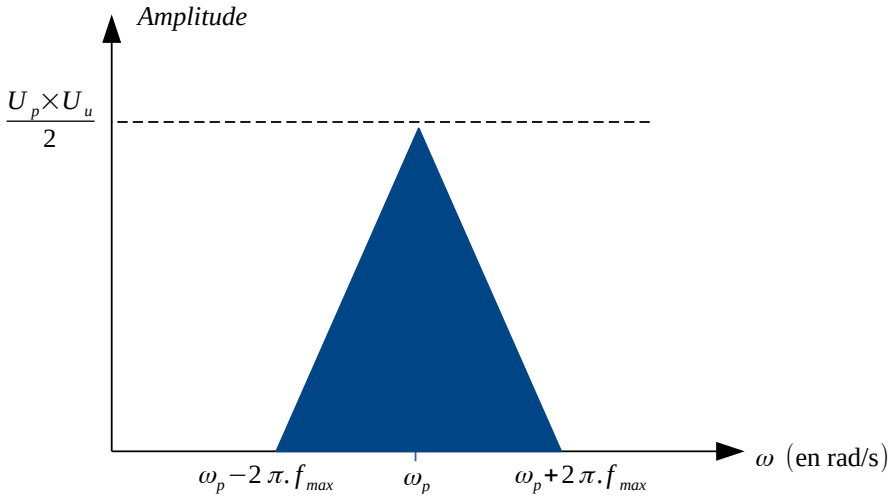
 Sous licence CC-BY-NC-SA

$$s(t) = u(t)\times p(t) = U_m \times \cos(\omega_u t) \times P_m \times \cos(\omega_p t)$$
$$= U_m \times P_m \times \frac{1}{2} \times \left[\cos((\omega_p+\omega_u)t) + \cos((\omega_p-\omega_u)t)\right]$$

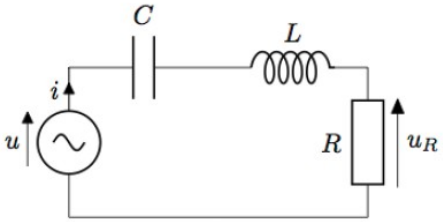
Son spectre est donc :



26. Le spectre devient :



27. Ce filtre doit être un passe bande. Considérons un filtre RLC série. La tension d'entrée u(t) est imposée aux bornes des 3 composants. La tension de sortie $u_R(t)$ est prise aux bornes de la résistance.



Posons $\underline{u}(t) = U.e^{j.\omega.t}$ et $\underline{i}(t) = I.e^{j.\phi}.e^{j.\omega.t}$

Les impédances aux bornes de ces composants valent $\underline{Z_R} = R$, $\underline{Z_L} = j.L.\omega$ et $\underline{Z_C} = \frac{1}{j.C.\omega}$.

La fonction de transfert vaut :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u_R}(t)}{\underline{u}(t)} = \frac{\underline{Z_R}}{\underline{Z_R}+\underline{Z_L}+\underline{Z_C}} = \frac{R}{R+1/(j.C.\omega)+j.L.\omega}$$

 Sous licence CC-BY-NC-SA

Le gain associé vaut :

$$G(\omega)=|\underline{H}|=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{R^2}\times\left(L.\omega-\frac{1}{C.\omega}\right)^2}}$$

Ce gain est maximum pour $L.\omega-\frac{1}{C.\omega}=0$ soit pour $\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L.C}}$. Dans ce cas $G_{max}=1$

Une pulsation de coupure ω_c est telle que $G(\omega_c)=\frac{G_{max}}{\sqrt{2}}$.

Soit pour $\frac{1}{R}\times\left(L.\omega_c-\frac{1}{C.\omega_c}\right)=\pm 1$ c'est-à-dire $LC\,\omega_c^2\pm RC\,\omega_c-1=0$.

En posant $\Delta=(RC)^2+4\,LC$, le polynôme précédent possède 4 racines :

$$\omega_{c1}=\frac{-RC-\sqrt{\Delta}}{2\,LC} \qquad \omega_{c2}=\frac{-RC+\sqrt{\Delta}}{2\,LC} \qquad \omega_{c3}=\frac{RC-\sqrt{\Delta}}{2\,LC} \qquad \omega_{c4}=\frac{RC+\sqrt{\Delta}}{2\,LC}$$

Les 2 racines positives sont ω_{c2} et ω_{c4}. La bande passante vaut : $\Delta\omega=\omega_{c4}-\omega_{c2}=R/L$.

D'après les données il faut que :

$$\begin{cases} R=100\,\Omega \\ f_0=\frac{\omega_0}{2\,\pi}=\frac{1}{2\,\pi}\times\frac{1}{\sqrt{LC}}=40\,MHz \\ \Delta f=\frac{\Delta\omega}{2\,\pi}=\frac{1}{2\,\pi}\times\frac{R}{L}=10\,MHz \end{cases}$$

Finalement il faut prendre les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} R=100\,\Omega \\ L=\frac{R}{2\,\pi.\Delta f}=\frac{100}{2\,\pi\times 10.10^6}=1{,}6\,\mu H \\ C=\frac{1}{L.(2\,\pi.f_0)^2}=\frac{1}{1{,}6.10^{-6}\times(2\,\pi\times 40.10^6)^2}=9{,}9\,pF \end{cases}$$

 Sous licence CC-BY-NC-SA