Préambule

Ce document est une proposition de correction d'épreuve du CAPES externe de physique-chimie. Il ne doit pas être considéré comme un modèle de copie à rendre mais plutôt comme une aide à la correction.

Il est possible que quelques erreurs se soient glissées dans cette version. Si vous pensez en avoir trouvé une, merci de me contacter via l'adresse phy-chim@laposte.net ou en flashant le QR-code suivant ;

Si vous appréciez la qualité de ce document vous pouvez me soutenir en effectuant un don en cliquant ICI ou en flashant le QR-code ci-dessous :

Table des matières

2014 – EXPLOITATION D'UN DOSSIER DOCUMENTAIRE : LA PERFORMANCE ET LE SPORT

1. La performance en rugby : entre contact et évitement

1. Les connaissances, notions et compétences du niveau terminale S évaluées sont :

- La notion de « description d'un mouvement (position et vitesse) » ⟶ *questions 1.2, 2.1.2 et 2.1.4*
- La compétence « définir et reconnaître des mouvements … et donner dans chaque cas les caractéristiques du vecteur accélération » ⟶ *question 2.1.4*
- La notion de « référentiel galiléen » et la compétence « choisir un référentiel d'étude » ⟶ *questions 1.2 et 1.1*
- La connaissance des « lois de Newton » et la compétence « connaître et exploiter les 3 lois de Newton » ⟶ *question 2.1.1*
- La notion de « conservation de la quantité de mouvement » et la compétence « définir une quantité de mouvement » ⟶ *question 1.2*

2. Proposition de correction :

    - 1.2 : Que valent Ep_A et Ep_B ? Il y a une erreur dans la dernière étape de calcul de Ec_A ce qui fausse la valeur de E_m. Il manque l'unité de Ec_A et Ec_B.
    La phrase de conclusion ne répond pas à la question posée. Il faut faire le lien entre l'énergie cinétique initiale et l'énergie cinétique finale du système lié puis en déduire la vitesse finale de celui-ci.
    - 2.1.1 : Il faut préciser le nom de la loi utilisée.
    - 2.1.2 : Il manque les unités de a_x, x_0 et y_0.
    - 2.1.3 : Il faut simplifier l'équation horaire de y(t) pour retrouver celle de l'énoncé.
    - 2.1.4 : v_y ne peut être égale à une constante, car sa représentation n'est pas une droite horizontale.
    - 2.2.1 : il manque la réponse à cette question. Dans l'équation horaire de y(t), que vaut y lorsque t = t_f (lorsque le ballon touche le sol) ?

3. <u>Calcul du temps de vol du ballon :</u>

Notons t_f l'instant ou le ballon touche le sol. Alors $y(t_f)=0\,\text{m}$.

Soit $-\frac{1}{2}\times g\times t_f^2+(V_0\times\sin\alpha)\times t_f=0$

Il y a deux solutions possibles :

- Soit $t_f = 0\,s$ ce qui correspond au moment où la chandelle est frappée.
- Soit $t_f = \frac{2 \times V_0 \times \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \times 10 \times \sin(60)}{9{,}81} = 1{,}7\,s$

La parabole du 4ème graphique est en accord avec cette valeur puisqu'elle coupe bien l'axe $y = 0\,m$ à l'instant $t_f = 1{,}7\,s$.

<u>Détermination de la vitesse v_1 du joueur (2 méthodes) :</u>

- Méthode n°1 (graphique) : Lorsque $t = t_f = 1{,}7\,s$ alors $x_f = x(t_f) = 8{,}5\,m$.

  D'où la vitesse du joueur : $v_1 = \frac{x_f}{t_f} = \frac{8{,}5}{1{,}7} = 5\,m.s^{-1}$

- Méthode n°2 (analytique) : $x(t_f) = V_0 \times \cos(\alpha) \times t_f = 10 \times \cos(60) \times 1{,}7 = 8{,}5\,m$

  On obtient de nouveau $v_1 = 5\,m.s^{-1}$

4. D'après sa réponse, l'élève a rencontré des difficultés :
   - pour identifier le système étudié (question 1.2)
   - pour écrire l'expression exacte de l'énergie mécanique puisqu'il a omis la contribution de l'énergie potentielle qui, heureusement, est nulle (question 1.2)
   - de méthode puisqu'il oublie de citer les lois physiques et leurs conditions d'application (questions 2.1.1)

2. La performance en athlétisme

Le lancer de poids

1. Quelques idées d'exploitation en classe du document « lancers de poids »

<u>Exploitation n°1 :</u> En classe de 2nd, lors d'un exercice d'application, il peut être demandé aux élèves de faire le bilan des forces exercées sur le poids après le lancé et de les représenter sachant que « pendant la phase de vol, l'engin sera soumis aux forces gravitationnelles et aérodynamiques ». Ainsi ils réinvestissent leurs connaissances sur les actions mécaniques et leur modélisation par une force.

<u>Exploitation n°2 :</u> En classe de 1ère STI2D/STL, les élèves peuvent vérifier de 2 manières différentes, lors de l'étude du document, la validité de l'affirmation suivante « Pendant cette phase (les phases I et II), l'engin atteint une vitesse de 2,5 m.s^{-1} ». Ils mobilisent alors leurs connaissances sur le calcul de vitesses et d'accélérations.

<u>Exploitation n°3 :</u> En classe de TS, lors d'un TP, les élèves peuvent exploiter une série de vidéos, pour vérifier la dépendance en V_0^2 ou en $\cos(\alpha_0)$ de la formule donnée dans le texte.

Ils mobilisent alors leur capacité à étudier le mouvement d'un objet à l'aide de l'outil informatique.

2. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le système étudié, le poids de masse m est soumis à son poids $\vec{P}=m\times\vec{g}=-m\times g.\vec{u}_z$. Les forces de frottement seront supposées négligeables.

D'après la deuxième loi de Newton : $m\times\vec{a}=-m\times g.\vec{u}_z$ d'où $\begin{cases} a_x=0 \\ a_y=0 \\ a_z=-g \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} v_x=V_0.\cos(\alpha) \\ v_y=0 \\ v_z=-g.t+V_0.\sin(\alpha) \end{cases}$ puis $\begin{cases} x=V_0.\cos(\alpha).t \\ y=0 \\ z=-\frac{1}{2}.g.t^2+V_0.\sin(\alpha).t+h_0 \end{cases}$

On cherche t_f tel que $z(t_f)=-\frac{1}{2}.g.t_f^2+V_0.\sin(\alpha).t_f+h_0=0$

Le discriminant de ce polynôme de degré 2 en t_f^2 vaut : $\Delta=(V_0.\sin(\alpha))^2+2.g.h_0=0$

La seule racine telle que $t_f\geq 0\ \forall\alpha\in[0°;90°]$ vaut : $t_f=\frac{V_0.\sin(\alpha)+\sqrt{V_0^2.\sin^2(\alpha)+2.g.h_0}}{g}$

Enfin : $L=x(t_f)=\frac{V_0^2}{g}.\cos(\alpha).\left(\sin(\alpha)+\sqrt{\sin^2(\alpha)+\frac{2.g.h_0}{V_0^2}}\right)$

3. L'angle optimal vaut 45° dans le cas où $h_0=0\ m$ ce qui n'est pas le cas ici.

Lorsque $\alpha=42°$, on a l'égalité suivante : $\left.\frac{dL}{d\alpha}\right|_{\alpha=42°}=0$.

Posons $X=\sqrt{\sin^2(\alpha)+\frac{2.g.h_0}{V_0^2}}$

On obtient : $\frac{dL}{d\alpha}=\frac{V_0^2}{g}.\left(\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)-\sin(\alpha).X+\cos^2(\alpha).\sin(\alpha).\frac{1}{X}\right)$

Pour $\alpha=42°$ le terme entre parenthèse doit s'annuler. Il faut alors résoudre l'équation suivante : $-0{,}67.X^2+0{,}1.X+0{,}37=0$

Le discriminant vaut : $\Delta=1{,}00$ et la seule racine positive est :

$$X=0{,}82=\sqrt{\sin^2(\alpha)+\frac{2.g.h_0}{V_0^2}}$$

On en déduit :

$$h_0=V_0^2.\frac{0{,}82^2-\sin^2(\alpha)}{2.g}=15^2.\frac{0{,}82^2-\sin^2(42)}{2\times 0{,}81}=2{,}6 \ \text{m}$$

4. Le système étudié est le poids de masse m. Lors de la phase d'éjection il passe de la vitesse $v_1=2{,}5\,m.s^{-1}$ à la vitesse $v_2=15\,m.s^{-1}$. Le gain d'énergie cinétique correspondant vaut :

$$\Delta E_c=\frac{1}{2}.m.(v_2^2-v_1^2)$$

Le gain d'énergie potentielle sera considéré comme négligeable. La variation d'énergie mécanique $\Delta E_m=\Delta E_c$ est due à la force F exercée par le lanceur sur le poids sur la distance $\Delta r=3{,}75-2=1{,}75$ m. Le théorème de l'énergie mécanique donne :

$$\Delta E_m=\frac{1}{2}.m.(v_2^2-v_1^2)=W(\vec{F})=\vec{F}.\Delta\vec{r}=F.\Delta r$$

Soit :

$$F=\frac{1/2.m.(v_2^2-v_1^2)}{\Delta r}=\frac{0{,}5\times 7{,}26.(15^2-2{,}5^2)}{1{,}75}=454 \ \text{N}$$

<u>Autre méthode :</u>

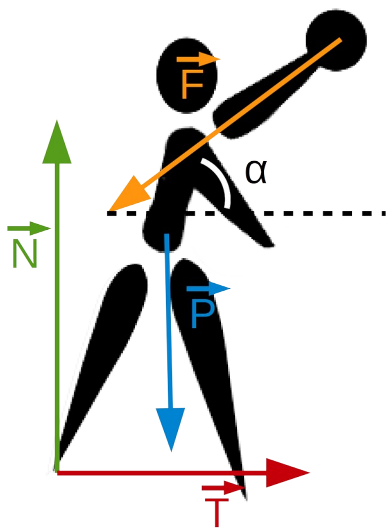
Le poids subit deux forces. La force $\vec{F}$ exercée par le lanceur et son poids $\vec{P}=m.\vec{g}$. Pendant la phase de lancer de durée Δt, il subit une accélération moyenne $a=(v_2-v_1)/\Delta t$.

La deuxième loi de Newton, projetée sur l'axe de lancer du poids, donne :

$$F-P.\sin\alpha=m.a \quad \text{soit} \quad F=m.a+P.\sin\alpha=7{,}26\times\frac{15-2{,}5}{0{,}236}+7{,}26\times 9{,}81.\sin(42)=432 \ \text{N}$$

5. Les forces exercées sur le système {poids+lanceur} sont :

- la réaction tangentielle du sol $\vec{T}$
- la réaction normale du sol $\vec{N}$
- le poids du lanceur $\vec{P}=M.\vec{g}$ M étant la masse du lanceur ($M\approx 80$ kg)
- la force $\vec{F}$ qui inclus la réaction due au lancer et le poids du poids



L'accélération du lanceur sera considérée comme négligeable.

La deuxième loi de Newton donne :

$$m.\vec{a}=\vec{0}=\vec{N}+\vec{T}+\vec{P}+\vec{F}$$

En projection sur l'axe $\vec{u_x}$ on en déduit :

$$T=F.\cos(\alpha)=454.\cos(42)=337 \ \text{N}$$

En projection sur l'axe $\vec{u_z}$ on en déduit :

$$N = P + F.\sin(\alpha) = 80 \times 9{,}81 + 454.\sin(42) = 1088 \text{ N}$$

6. Sachant que le nombre de Reynolds est sans unité on en déduit que :

$$[\eta] = [\rho . V_\infty . L] = (kg.m^{-3}).(m.s^{-1}).(m) = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

Le rayon R du poids est tel que :

$$\frac{4}{3}.\pi.R^3.\rho_{acier} = m \quad \text{soit} \quad R = \sqrt[3]{\frac{3.m}{4.\pi.\rho_{acier}}} = 0{,}06 \text{ m}$$

Lors de la phase de vol le nombre de Reynolds vaut :

$$Re = \frac{\rho . V_\infty . L}{\eta} = \frac{1{,}2 \times 15 \times 2 \times 0{,}06}{18{,}1.10^{-6}} \approx 1.10^5$$

Les mouvements convectifs l'emportent donc sur les mouvements diffusifs, l'écoulement est turbulent.

7. D'après l'annexe 3.2 ,pour $Re = 1.10^5$ alors $C_x = 0{,}47$.

La valeur de la force de traînée est alors donnée par la relation suivante :

$$F_t = \frac{1}{2}.C_x.\rho.S.V_\infty^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}47 \times 1{,}2 \times \pi \times 0{,}06^2 \times 1{,}5^2 = 0{,}69 \text{ N}$$

Sin on néglige la distance parcourue verticalement par rapport à la distance L parcourue horizontalement le travail des forces de frottement s'écrit : $W(\vec{F_t}) = \vec{L}.\vec{F_t}$.

Pour $V_0 = 15\,m.s^{-1}$, $h_0 = 2{,}6\,m$ et $\alpha = 42°$ on obtient :

$$L = x(t_f) = \frac{15^2}{9{,}81} \times \cos(42).\left(\sin(42) + \sqrt{\sin^2(42) + \frac{2 \times 9{,}81 \times 2{,}6}{15^2}}\right) = 25{,}4 \text{ m}$$

D'où :

$$W(\vec{F_t}) = \vec{L}.\vec{F_t} = -25{,}4 \times 0{,}69 = -17{,}5 \text{ J}$$

L'énergie mécanique initiale du poids vaut :

$$E_m^i = m.g.h_0 + \frac{1}{2}.m.v_2^2 = 7{,}26 \times 9{,}81 \times 2{,}6 + \frac{1}{2} \times 7{,}26 \times 15^2 = 1000 \text{ N}$$

$\dfrac{W(\vec{F_t})}{E_m^i} = \dfrac{17{,}5}{1000} \approx 2\,\%$ donc les frottements sont bien négligeables.

Remarque : une intégration numérique sur le logiciel Scilab donne :

$L_{totale} = \int_0^{t_f} v(t).dt = 29{,}3$ m L'approximation $L = L_{totale}$ n'est pas si mauvaise !

Le saut en longueur

8. Dans le cas du saut en longueur, la vitesse horizontale du sauteur en pleine course est élevée. La vitesse verticale créée par la détente de ses jambes est bien inférieur. L'angle d'envol $\alpha = \arctan(V_{verticale} / V_{hrizontale})$ est donc faible (18°).

9. La relation entre vitesse angulaire et somme des moments des forces s'écrit :

$$I_{/G}.\frac{d^2\vec{\Omega}}{dt^2}=\sum_i \vec{M}_{/G}(\vec{F}_i)$$

On note O le point d'application des forces $\vec{R}_x$ et $\vec{R}_y$

Les moments par rapport au point G des forces en présence sont :

- $M_{/G}(\vec{P})=\vec{0}$ car le point d'application de $\vec{P}$ est le point G
- $M_{/G}(\vec{R}_x)=\vec{GO}\wedge\vec{R}_x=-(I_{3.}\vec{u}_x+h.\vec{u}_y)\wedge R_{x.}\vec{u}_x=R_{x.}h.\vec{u}_z$
- $M_{/G}(\vec{R}_y)=\vec{GO}\wedge\vec{R}_y=-(I_{3.}\vec{u}_x+h.\vec{u}_y)\wedge R_{y.}\vec{u}_y=-R_{y.}I_3.\vec{u}_z$

D'où, en projection sur $\vec{u}_z$:

$$I_{/G}.\ddot{\Omega}=R_{x.h}-R_y.I_3 \quad \text{soit} \quad I_3=\frac{R_x.h-I_{/G}.\ddot{\Omega}}{R_y}=\frac{550\times0{,}65-7{,}0\times8{,}0}{550}=0{,}55\ \text{m}$$

10. Que ce soit dans le cas du saut en longueur ou du lancer de poids, les objets étudiés (sauteur ou poids) ne sont soumis qu'à deux forces, leur poids et les frottements de l'air. Dans le cas du lancer de poids, les frottements sont négligeables. Ce ne sera certainement pas le cas pour le saut en longueur car le sauteur offre une large surface de prise à l'air (ou maître couple).
De plus, dans le cas du saut en longueur, le sauteur ne peut être assimilé à un point matériel, il faut prendre en compte sa rotation.

Le sprint

11. $\Delta E_{p1}=m.g.\Delta z=173\times9{,}81\times1=1697\ \text{J}$ soit $849\ \text{J/quadriceps}$

$\Delta E_{p2}=m.g.\Delta z=80\times9{,}81\times(0{,}80+0{,}40)=942\ \text{J}$ soit $471\ \text{J/quadriceps}$

12. Nous considérerons qu'un quadriceps du sprinteur fournit une énergie $E=500\ \text{J/foulée}$.
Toutes les pertes (frottements de l'air, frottements des articulations ...) sont négligées.
Lorsque la vitesse limite v_{max} est atteinte, nous supposons que l'intégralité de cette énergie E est utilisée par le sprinteur, pendant une foulée, pour ramener un de ses pieds devant lui. Ce pied va alors à la vitesse $V=2.v_{max}$ et il représente une portion $p=2\%$ de la masse totale $m=80\ \text{kg}$ du sprinteur.
Un bilan d'énergie sur un pied donne :

$$\frac{1}{2}.p.m.(2.v_{max})^2=E \quad \text{soit} \quad v_{max}=\sqrt{\frac{E}{2.m.p}}=\sqrt{\frac{500}{2\times80\times2/100}}=12{,}5\ \text{m.s}^{-1}$$

La vitesse maximale théorique qui peut être atteinte par un sprinteur vaut :

$$v_{max}=12{,}5\ \text{m.s}^{-1}$$

3. La performance en football

1. Pour le ballon de football, le changement de régime des turbulences autours du ballon se fait entre 10 m.s^{-1} et 15 m.s^{-1}. Au-delà, d'après l'annexe 3.2, document 2, on peut considérer que le coefficient de traînée Cx et le coefficient de frottement que l'on notera k sont constants.

Pour $v=20\ \text{m.s}^{-1}$, $F_t=k.v^2=1{,}5\ \text{N}$ donc $k=\frac{F_t}{v^2}=\frac{1{,}5}{20^2}=3{,}75.10^{-3}$ USI

On cherche v tel que : $F_t=k.v^2=P=m.g$

Donc :

$$v=\sqrt{\frac{m.g}{k}}=\sqrt{\frac{0{,}450\times 9{,}81}{3{,}75.10^{-3}}}=34\ \text{m.s}^{-1}$$

2. Supposons que le projectile n'est soumis qu'à la force de traînée $\vec{F}_t=-k.v^2\vec{u}_v$. La deuxième loi de Newton s'écrit : $m.\frac{dv}{dt}=-k.v^2$ soit $m.\frac{dv}{v}=-k.v.dt$

Or la distance dr parcourue par le ballon pendant dt s'écrit : $dr=v.dt$ donc :

$$m.\frac{dv}{v}=-k.dr \quad \text{et par intégration} \quad m.\ln\left(\frac{v}{v_0}\right)=-k.r \quad \text{soit} \quad v(r)=v_0.e^{-\frac{k}{m}.r}$$

La distance de décroissance caractéristiques r_d vaut : $r_d=-\frac{m}{k}=-\frac{0{,}450}{3{,}75.10^{-3}}=120\ \text{m}$.

Cette valeur est conforme avec celle proche de 100 m évoquée dans le texte.

4. La crampe : source de contre-performance

1. Les élèves disposent de la formule semi-développée de l'acide lactique (doc 1), du spectre RMN (doc 2) et du graphe des déplacements chimiques pour les différents types de protons (doc 3) proposés en annexe.

Comme c'est une séance d'approfondissement les élèves seront peu guidés mais il faut prévoir des questions qui permettront d'orienter leur réflexion.

<u>Problématique :</u> Le spectre RMN proposé peut-il être celui de l'acide lactique ?

<u>Questions de guidage :</u>

- Quand peut-on dire que plusieurs protons sont équivalents ? Combien y a-t-il de groupes de protons équivalents dans l'acide lactique ?
- Sur le spectre RMN quels pics correspondent à chacun de ces groupes ?
- Combien de plus proches voisins possède chaque groupe de protons équivalents ? Dans le cas où un proton possède n protons voisins, quelle sera sa multiplicité ?

- La multiplicité des pics et leur intégration est-elle en accord avec la structure de la molécule ?
- Le déplacement chimique associé à chaque groupe est-il cohérent avec les données du document 3 ?

Les élèves travaillent en autonomie 15 minutes puis la mise en commun des réponses et les corrections associées sont faites, au tableau par les élèves, pendant les 15 minutes suivantes.

2. **1ère étude possible :**

   - <u>Problématique</u> : Qui de l'acide lactique ou du lactate prédomine dans le corps au pH intra-musculaire ?
   - <u>Données</u> : Formule brute de l'acide lactique ($C_3H_6O_3$), valeur du pKa du couple acide lactique/lactate (pKa=3,87), valeur du pH intramusculaire (pH=7).
   - On s'attend à ce que l'élève écrive la réaction acido-basique entre l'acide lactique et le lactate pour déterminer la formule brute de cette dernière molécule. Ensuite il doit construire le diagramme de prédominance associé pour répondre à la problématique.

   2ème étude possible :

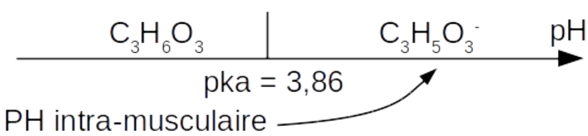
   - <u>Problématique</u> : L'acide lactique est-elle une molécule chirale ?
   - <u>Données</u> : formule brute de l'acide lactique ($C_3H_6O_3$).
   - L'élève doit construire et représenter la molécule d'acide lactique (formule développée, semi-développée ou de représentation de Cram) et identifier les carbones asymétriques (il y a un). Enfin il peut répondre à la problématique.

3. Une foulée consomme une énergie de l'ordre de $e=500\ \text{J}$ (un seul quadriceps travaille).
   L'énergie disponible au départ vaut :

$$E=m_{cuisse}\times c(ATP)\times E(ATP)=80\times\frac{10}{100}\times 6.10^{-3}\times 50=2{,}4\ \text{kJ}$$

   Cette énergie suffit à peine pour effectuer 5 foulées.

4. La prédominance de la forme lactate sur la forme acide lactique au pH intramusculaire peut-être justifiée à une classe de TS à l'aide d'un diagramme de prédominance.



5. L'acidose désigne le phénomène de diminution du pH intramusculaire qui devient alors acide.
   Elle est due à la production de protons H+ par les réactions :

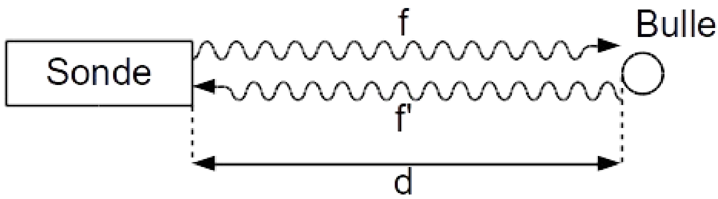
   - d'hydrolyse de l'ATP

- de glycolyse
- de glycogénolyse

Contrairement à une idée répandue, la crampe ne survient pas à cause d'un excès d'acide lactique puisqu'il se trouve intégralement sous forme de lactate. Ce sont les protons H+ issus de la transformation d'acide lactique en lactate qui font baisser le pH intramusculaire, bloquant ainsi la glycolyse ce qui crée des crampes.

5. La plongée : les bulles circulantes

1. Lors de la remontée, la pression de l'eau autours du plongeur diminue. La pression de l'air dans les poumons du plongeur étant égale à celle de l'eau autours de lui (grâce au détendeur), elle diminue dans les mêmes proportions. Or d'après le loi de Henry, la solubilité d'un gaz (le diazote) dans un liquide (le sang) diminue lorsque la pression de ce gaz sur ce liquide diminue. Il peut alors de former des bulles de diazote gazeux dans le sang.

2. 

Un signal émis à l'instant $t=0\,s$ va rencontrer la bulle à l'instant t_1 tel que :

$$t_1\times c=d-v.t_1 \quad \text{soit} \quad t_1=\frac{d}{c+v}$$

Ce signal est capté par le récepteur à l'instant $t_1'=2\times t_1=\frac{2.d}{c+v}$

Un signal émis à l'instant $t=T$ va rencontrer le bulle à l'instant $T+t_2$ avec t_2 tel que :

$$t_2\times c=d-v.T-v.t_2 \quad \text{soit} \quad t_2=\frac{d-v.T}{c+v}$$

Ce signal est capté par le récepteur à l'instant $t_2'=T+2\times t_2=T+\frac{2.d-2.T.v}{c+v}$

La période du signal capté vaut donc : $T'=t_2'-t_1'=T\times\frac{c-v}{c+v}$ ie $f'=f\times\frac{c+v}{c-v}$

Si les bulles se rapprochent de la sonde alors $\frac{c+v}{c-v}>1$ et $f'>f$ donc le signal détecté est bien plus aigu que le signal émis.

3. L'expression générale d'une onde progressive se propageant vers les x croissant est :

$$\Psi(x,t)=f(x-c.t) \quad \text{avec} \quad \omega=2.\pi.f \quad \text{et} \quad k=\frac{2.\pi}{\lambda}$$

Soit $\rho(x,t)=\rho_0+\rho_1(x,t)$ la masse volumique de l'air au point $M(x)$ et à l'instant t.

Soit $p(x,t)=p_0+p_1(x,t)$ la pression de l'air au point $M(x)$ et à l'instant t.

Soit $\vec{v}(x,t)=\vec{v}_1(x,t)$ la vitesse de l'air au point $M(x)$ et à l'instant t.

L'approximation acoustique est vérifiée lorsque :

$$\rho_1(x,t)\ll\rho_0 \quad \text{et} \quad p_1(x,t)\ll p_0 \quad \text{et} \quad \|\vec{v}_1(x,t)\|\ll c$$

L'équation d'Euler (équation de Navier-Stokes sans le terme de viscosité) est :

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+(\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}\right)=\rho.\vec{g}-\overrightarrow{\text{grad}}\,p$$

$$\rho_0.\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\rho_1.\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\rho_0.(\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}+\rho_1.(\vec{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\vec{v}=\rho_0.\vec{g}+\rho_1.\vec{g}-\overrightarrow{\text{grad}}\,p_0-\overrightarrow{\text{grad}}\,p_1$$

En éliminant les termes d'ordre 2 et le terme nul on obtient :

$$\rho_0.\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}=\rho.\vec{g}-\overrightarrow{\text{grad}}\,p_1 \quad \text{et en projection sur l'axe } \vec{u_x} \ : \ \rho_0.\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{\partial p_1}{\partial x}$$

Avec $\vec{v}(x,t)=V_1.f(x-c.t)$ et $p_1(x,t)=P_1.f(x-c.t)$

On obtient : $-\rho_0.V_1.c=-P_1$ soit $Z=\frac{P_1}{V_1}=\rho_0.c$

1ère méthode : $[Z]=[\rho][c]=(kg.m^{-3}).(m.s^{-1})=kg.m^{-2}.s^{-1}$

2ème méthode : $[Z]=[p]/[v]=(kg.m^{-1}.s^{-2})/(m.s^{-1})=kg.m^{-2}.s^{-1}$

4. $R+T=\frac{(Z_2-Z_1)^2}{(Z_2+Z_1)^2}+\frac{4.Z_1.Z_2}{(Z_2+Z_1)^2}=1$

Cette égalité traduit la loi de conservation de l'énergie acoustique lors des phénomènes de réflexion et transmission.

5. En l'absence de gel, il peut rester une fine couche d'air entre la sonde et la peau, même en plongée. Le coefficient de transmission total vaut alors :

$$T_{air\rightarrow peau}=\frac{4.Z_{air}.Z_{peau}}{(Z_{air}+Z_{peau})^2}=\frac{4\times440\times1{,}5.10^6}{(440+1{,}5.10^6)^2}=0{,}1\,\%$$

Remarque : la peau étant essentiellement composée d'eau on a : $Z_{peau}\approx Z_{eau}$.

Pour que le coefficient de transmission soit optimal, il faut que l'impédance acoustique du gel soit proche de celle de la peau soit $Z_{gel}\approx Z_{eau}\approx1{,}5.10^6$ kg $.m^{-2}.s^{-1}$.

6. Pour les ondes sonores qui se propagent dans l'organisme du plongeur on a :

$$c=\lambda.f \quad \text{soit} \quad \lambda=\frac{c}{f}=\frac{1540}{5.10^6}=308\ \mu m$$

La taille des bulles étant de l'ordre de $d=40\ \mu m$ on a $\lambda\gg d$ donc le signal détecté a été rétro-diffusé.

7. Lorsque l'onde a parcouru une longueur l , le coefficient d'atténuation vaut :

$$A_{tot} = A.f.l \text{ avec } A = -1\,\text{dB.Mhz}^{-1}.\text{cm}^{-1} \text{ et } f = 5 \text{ MHz}$$

Après une distance l l'intensité de l'onde vaut donc :

$$I(l) = I_0.e^{\frac{A.f.l}{10}}$$

L'intensité à la sortie de la sonde vaut :

$$I_0 = \frac{P}{S} = \frac{100.10^{-3}}{\pi \times (5.10^{-3})^2} = 1273 \text{ W.m}^{-2}$$

Pour une profondeur $l = 4$ cm , l'intensité maximale vaut :

$$I_{max} = 2.I_0.e^{\frac{A.f.l}{10}} = 2 \times 1273 \times e^{\frac{-1 \times 5 \times 4}{10}} = 345 \text{ W.m}^{-2}$$

Pour une profondeur $l = 7$ cm , l'intensité maximale vaut :

$$I_{min} = 2.I_0.e^{\frac{A.f.l}{10}} = 2 \times 1273 \times e^{\frac{-1 \times 5 \times 7}{10}} = 77 \text{ W.m}^{-2}$$

