

Préambule

Ce document est une proposition de correction d'épreuve du CAPES externe de physique-chimie. Il ne doit pas être considéré comme un modèle de copie à rendre mais plutôt comme une aide à la correction.

Il est possible que quelques erreurs se soient glissées dans cette version. Si vous pensez en avoir trouvé une, merci de me contacter via l'adresse phy-chim@laposte.net ou en flashant le QR-code suivant ;



Si vous appréciez la qualité de ce document vous pouvez me soutenir en effectuant un don en cliquant [ICI](#) ou en flashant le QR-code ci-dessous :



Ce document est mis à disposition gratuitement selon les termes de la Licence Creative Commons : Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International.



Table des matières

2021 – EXPLOITATION D'UN DOSSIER DOCUMENTAIRE : LA PHYSIQUE DANS LA MAISON

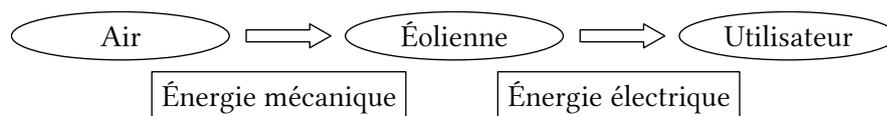
Partie 1 – L'alimentation électrique d'une maison.....	3
Le soleil une source d'énergie inépuisable	
La cellule photovoltaïque	
Capteur de champ électrique	
Partie 2 – Vers une maison basse consommation.....	8
Diagnostic simplifié de performance énergétique	
Baisser la température intérieure	
Isoler le toit	
Opter pour du double vitrage	
Se chauffer avec une pompe à chaleur	
Partie 3 – Communications par ondes électromagnétiques dans la maison.....	11
Le téléviseur	
Caractéristiques d'un écran numérique	
La télécommande du téléviseur	
Transmission par fibre optique	
Partie 4 – Caractéristiques du son émis par un piano.....	14
Travaux pratiques	
Le piano à cordes	

2021 – EXPLOITATION D'UN DOSSIER DOCUMENTAIRE :

LA PHYSIQUE DANS LA MAISON

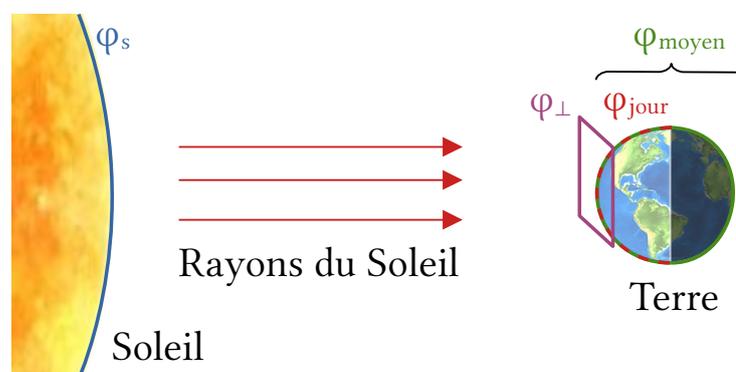
Partie 1 – L'alimentation électrique d'une maison

1. On peut citer la conversion de l'énergie nucléaire vers l'énergie électrique dans les centrales nucléaires, celle de l'énergie rayonnante dans les panneaux solaires photovoltaïques et enfin celle de l'énergie mécanique dans les barrages hydroélectriques.



Le soleil une source d'énergie inépuisable

2. 1. L'équation 4 modélise une dissolution (C)
2. L'équation 3 modélise une transformation physique (A)
3. Deux nucléides isotopes ont le même nombre de protons (B)
4. Le nucléide ${}_{92}^{238}U$ a pour isotope(s) ${}_{92}^{235}U$ (B)
3. Les réponses à la question 1 mettent en évidence une confusion entre fusion et dissolution. Celles de la question 3 mettent en évidence une confusion entre atome et noyau d'atome. D'après les résultats de la question 4, certains élèves ne savent pas à quoi correspondent les nombres dans la notation symbolique d'un noyau. Pour remédier à cette lacune il est possible de rappeler les conventions permettant d'écrire une notation symbolique. Ensuite les élèves travaillent par binôme, l'un propose une notation symbolique, l'autre donne la composition (protons, neutrons, nucléons) du noyau associé.
4. Dans la loi de Stefan φ s'exprime en $W.m^{-2}$, il s'agit d'une puissance surfacique.



Le Soleil émet une puissance surfacique $\varphi_s = \sigma \cdot T^4 = 5,7 \cdot 10^{-8} \times (5500 + 273)^4 = 6,3 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2$.

Cette puissance est émise par toute la sphère solaire de rayon $R_s = 7,0 \cdot 10^5 \text{ km}$.

Elle se retrouve ensuite répartie sur une sphère de rayon $d_{ST} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

On en déduit la puissance surfacique reçue perpendiculairement aux rayons du Soleil :

$$\varphi_{\perp} = \varphi_s \times \left(\frac{R_s}{d_{ST}} \right)^2 = 6,3 \cdot 10^7 \times \left(\frac{7,0 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^8} \right)^2 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

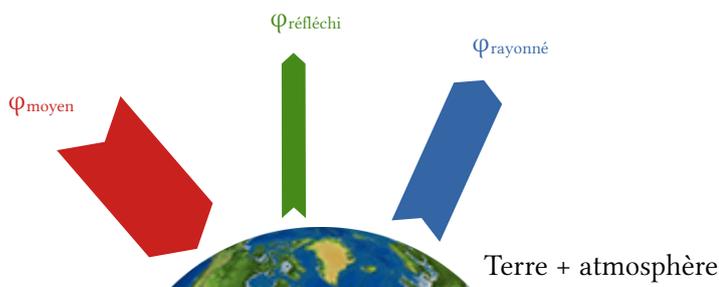
Cette puissance surfacique est interceptée par le disque terrestre de rayon R_T puis répartie sur un demi-globe terrestre ensoleillé.

$$\varphi_{\text{jour}} = \varphi_{\perp} \times \frac{\pi \cdot R_T^2}{4\pi \cdot R_T^2 / 2} = \frac{\varphi_{\perp}}{2} = \frac{1,4 \cdot 10^3}{2} = 7,0 \cdot 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Sans oublier l'alternance jour-nuit :

$$\varphi_{\text{moyen}} = \frac{\varphi_{\text{jour}}}{2} = \frac{7,0 \cdot 10^2}{2} = 3,5 \cdot 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

5.



On a :

- $\varphi_{\text{moyen}} = 3,5 \cdot 10^2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ d'après la question précédente
- $\varphi_{\text{réfléchi}} = A \times \varphi_{\text{moyen}}$
- $\varphi_{\text{rayonné}} = \sigma \times T_{\text{Terre}}^4$ en assimilant le système Terre+atmosphère à un corps noir
- $\varphi_{\text{moyen}} = \varphi_{\text{réfléchi}} + \varphi_{\text{rayonné}}$ en supposant que la Terre est en équilibre thermique dynamique.

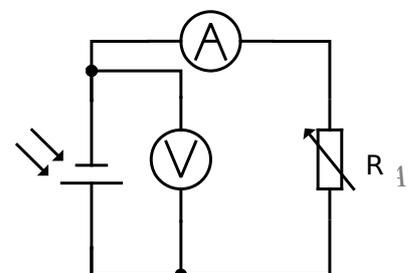
$$\text{On en déduit : } T_{\text{Terre}} = \sqrt[4]{\frac{\varphi_{\text{moyen}} \cdot (1 - A)}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{3,5 \cdot 10^2 \cdot (1 - 0,34)}{5,7 \cdot 10^{-8}}} = 252 \text{ K} = -21^\circ \text{C}$$

En réalité la température moyenne sur Terre est plutôt de $+20^\circ \text{C}$. La différence peut s'expliquer par l'influence de l'effet de serre. Une partie du rayonnement infrarouge terrestre est bloquée sur Terre par les gaz à effet de serre (eau, dioxyde de carbone, méthane, ...).

La cellule photovoltaïque

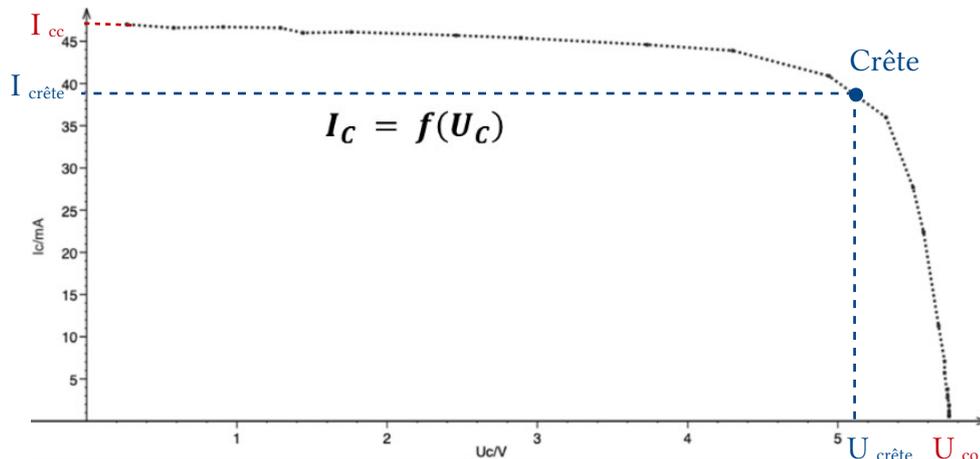
6. Protocole :

- Réaliser le montage électrique ci-contre :



- Placer la lampe de bureau allumée à une distance d fixe de la cellule photovoltaïque.
- Mesurer l'éclairement au niveau de la cellule à l'aide du luxmètre.
- Faire varier la résistance R et noter les couples intensité-tension pour une vingtaine de valeurs de R (les 2 points extrêmes sont obtenus en cours circuit et en circuit ouvert).

7. Graphiquement on lit $U_{co} = 5,7 \text{ V}$ et $I_{cc} = 47 \text{ mA}$.



Pour obtenir la puissance $P_c = U_c \times I_c$ maximale il faut que l'intensité et la tension soient tous les 2 significativement élevés. Sur la partie gauche de la courbe, l'intensité est significative mais la tension reste faible. Sur la partie droite, la tension est élevée mais l'intensité chute fortement. Ainsi la puissance passe par un maximum au niveau de la crête de la courbe.

8. Le rendement maximal vaut $\eta_{\max} = \frac{P_{\text{électrique-max}}}{P_{\text{rayonnante}}} = \frac{P_{\text{crête}}}{P_s \times S} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{700 \times 72 \cdot 10^{-4}} = 0,04 = 4 \%$

C'est un rendement extrêmement faible, pour une cellule photovoltaïque en silicium (les plus communes), le rendement avoisine généralement les 15-20 %.

9. Avec 3 photons :

Calculons les énergies des 3 photons :

- $E_1 = h \times \frac{c}{\lambda_1} = 6,6 \cdot 10^{-34} \times \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,0 \cdot 10^{-6}} = 1,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,2 \text{ eV}$
- $E_2 = 6,6 \cdot 10^{-34} \times \frac{3,0 \cdot 10^8}{0,8 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \text{ eV}$
- $E_3 = 6,6 \cdot 10^{-34} \times \frac{3,0 \cdot 10^8}{0,4 \cdot 10^{-6}} = 3,1 \text{ eV}$

On remarque que $E_{g, Si} < E_1, E_2, E_3$. La cellule en silicium peut récupérer une énergie :

$$E_{Si} = 3 \times E_{g, Si} = 3 \times 1,1 = 3,3 \text{ eV}$$

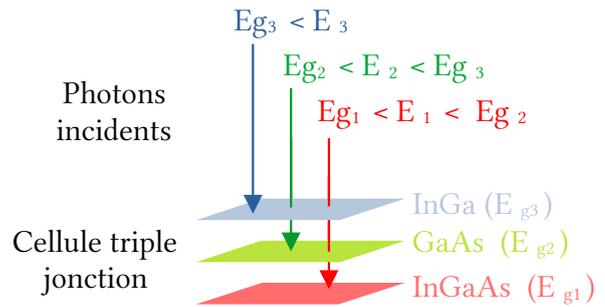
On remarque que :

$$E_{g1} < E_1 < E_{g2}, E_{g2} < E_2 < E_{g3} \text{ et } E_{g3} < E_3$$

Donc :

$$E_{triple} = E_{g1} + E_{g2} + E_{g3} = 1,0 + 1,4 + 1,8 = 4,2 \text{ eV}$$

Dans ce cas de figure, la cellule triple jonction est légèrement plus performante.



Avec la lumière solaire :

La lumière solaire peut être modélisée de manière simplifiée par 5 photons, 2 bleus (0,4 μm) + 2 rouges (0,8 μm) + 1 infrarouge (1,0 μm). En effet la densité spectrale est environ 2 fois plus élevée dans le domaine visible que dans le proche-infrarouge. Elle devient vite négligeable dans les UV (< 0,4 μm) et les photons dans l'infrarouge lointain n'ont pas une énergie suffisante pour créer l'effet photoélectrique.

Ainsi la cellule au silicium récupère :

$$E'_{Si} = 5 \times E_{g,Si} = 5 \times 1,1 = 5,5 \text{ eV}$$

Celle à triple jonction récupère :

$$E'_{triple} = E_{g1} + 2 \times E_{g2} + 2 \times E_{g3} = 1,0 + 2 \times 1,4 + 2 \times 1,8 = 7,4 \text{ eV}$$

Dans ce modèle simplifié de la lumière solaire, la cellule triple jonction récupère donc un surplus d'énergie de $(7,4 - 5,5) / 5,5 = 35\%$ par rapport à la cellule au silicium.

Capteur de champ électrique

10. On considère l'électrode 1 seule placée en $z = 0$ m chargée σ .

Soit un point $M(x,y,z)$ ou le champ peut s'écrire :

$$\vec{E}_1(M) = E_{x1}(x, y, z) \vec{e}_x + E_{y1}(x, y, z) \vec{e}_y + E_{z1}(x, y, z) \vec{e}_z$$

La distribution de charge est invariante par translation le long des axes x et y car il n'y a pas d'effet de bord. D'après le principe de Curie, le champ en M s'écrit :

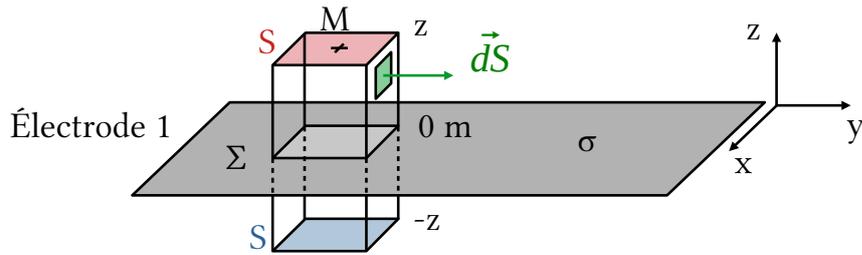
$$\vec{E}_1(M) = E_{x1}(z) \cdot \vec{e}_x + E_{y1}(z) \cdot \vec{e}_y + E_{z1}(z) \cdot \vec{e}_z$$

La distribution de charge est symétrique par rapport à tout plan Mxz et Myz donc le champ électrique en M est contenu dans ces 2 plans : $\vec{E}_1(M) = E_{z1}(z) \cdot \vec{e}_z$

La distribution de charge est antisymétrique par rapport au plan Oxy donc :

$$E_{z1}(-z) = -E_{z1}(z)$$

Le théorème de Gauss s'écrit : $\frac{Q_\Sigma}{\epsilon_0} = \oiint_\Sigma \vec{E} \cdot \vec{dS}$ avec Σ la surface fermée illustrée ci-dessous et \vec{dS} le vecteur surface infinitésimal dirigé vers l'extérieur de Σ .



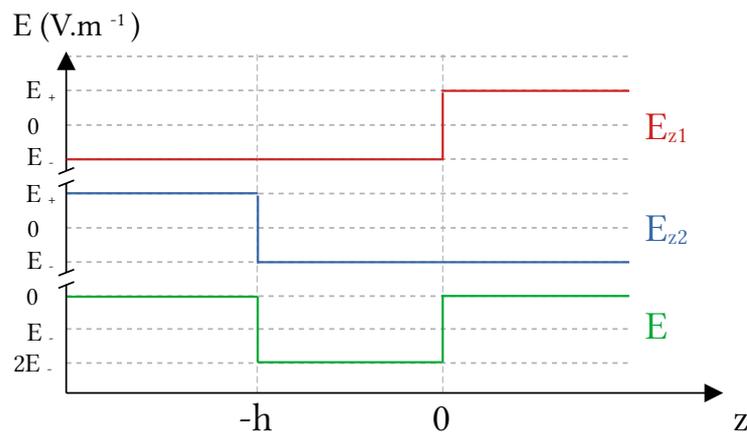
On obtient : $\mathbf{S} \times E_{z1}(z) - \mathbf{S} \times E_{z1}(-z) = \frac{\sigma \cdot \mathbf{S}}{\epsilon_0}$

Soit $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_z = \vec{E}_+ \quad \forall z > 0$ et $\vec{E}_1(M) = -\frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_z = \vec{E}_- \quad \forall z < 0$

Par analogie, pour l'électrode 2, placée en $z = -h$ et chargée $-\sigma$, on obtient :

$$\vec{E}_2(M) = -\frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_z = \vec{E}_- \quad \forall z > -h \text{ et } \vec{E}_2(M) = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_z = \vec{E}_+ \quad \forall z < -h$$

Considérons maintenant le condensateur complet constitué des 2 électrodes. Le principe de superposition donne $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.



↑ Variation des champs électriques créés par les 2 électrodes et de leur somme

On obtient :

$$\begin{cases} \vec{E}(0 < z) &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \vec{0} \\ \vec{E}(-h < z < 0) &= \vec{E}_- + \vec{E}_- = 2\vec{E}_- = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_z \\ \vec{E}(z < -h) &= \vec{E}_- + \vec{E}_+ = \vec{0} \end{cases}$$

Ou plus simplement : $\vec{E}_{ext} = \vec{0}$ et $\vec{E}_{int} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_z$.

On a $\vec{E} = -\text{grad} V$, et par intégration : $\int_{-h}^0 \vec{E} \cdot d\vec{z} = -[V]_{-h}^0$. Soit : $-\frac{\sigma}{\epsilon_0} \times (0 - (-h)) = V_2 - V_1$.

Ce qui équivaut à $U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{C_0}$ avec :

- $Q = \sigma \cdot S$ la charge globale d'une électrode

- $C_0 = \frac{S \cdot \epsilon_0}{h}$ la capacité du condensateur

11. Ce champ crée une tension supplémentaire $U' = - \int_{-h}^0 \vec{E}_{ext} \cdot \vec{dz} = -E_{ext} \cdot h$.

La tension totale entre les 2 électrodes devient : $U_{total} = U + U' = \frac{Q}{C_0} - E_{ext} \cdot h$.

12. La loi des mailles donne : $e(t) = U_m(t) + U_c(t)$ soit en dérivant : $\frac{de(t)}{dt} = \frac{dU_m(t)}{dt} + \frac{dU_c(t)}{dt}$

Or $U_m(t) = R_c \cdot i(t)$, $i(t) = C_0 \cdot \frac{dU_c(t)}{dt}$ et $e(t) = h \cdot E_{ext}(t)$.

On en déduit : $\frac{de(t)}{dt} = \frac{dU_m(t)}{dt} + \frac{U_m(t)}{R_c \cdot C_0}$

13. En notation complexe on peut écrire

$$\begin{cases} \underline{e}(t) = h \cdot E_{ext} \cdot e^{i\omega t} & \text{et} & \frac{d\underline{e}(t)}{dt} = i \cdot \omega \cdot \underline{e}(t) \\ \underline{U}_m(t) = \underline{U}_m \cdot e^{i\omega t} & \text{et} & \frac{d\underline{U}_m(t)}{dt} = i \cdot \omega \cdot \underline{U}_m(t) \end{cases}$$

L'équation différentielle précédente peut se réécrire :

$$\underline{U}_m = \frac{h \cdot E_{ext}}{1 + 1/(R_c C_0 i \omega)} \quad (\text{les } e^{i\omega t} \text{ se simplifient})$$

$$\text{Soit } U_m = |\underline{U}_m| = \frac{h \cdot E_{ext}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{R_c C_0 \omega}\right)^2}}$$

Si $R_c \gg R_{lim} = \frac{1}{C_0 \omega}$ alors $\frac{1}{R_c C_0 \omega} \ll 1$ et $U_m = K \times E_{ext}$ avec $K = h$.

L'application numérique donne : $E_{ext} = \frac{0,8V}{2 \cdot 10^{-3}m} = 4 \cdot 10^2 V/m$ ce qui est bien en dessous du seuil réglementaire de $5 \cdot 10^3 V/m$.

Partie 2 – Vers une maison basse consommation

Diagnostic simplifié de performance énergétique

14. Au total la maison consomme une énergie $E_{chauffage} = P \times \Delta t = 8,0 \times 200 \times 24 = 3,8 \cdot 10^4 kW \cdot h$ soit $3,8 \cdot 10^2 kW \cdot h/m^2/an$. La maison est de catégorie F, c'est une passoire thermique.

Baisser la température intérieure

15. On modélise la maison par une unique paroi « moyenne » de surface S , d'épaisseur e , de conductivité thermique λ . Le flux thermique à travers cette paroi s'écrit $\Phi = \frac{\lambda \times S}{e} \times \Delta T$.

En chauffant la maison à 20 °C puis à 18 °C on a : $\Phi_{20} = \frac{\lambda \cdot S}{e} \times \Delta T_{20}$ et $\Phi_{18} = \frac{\lambda \cdot S}{e} \times \Delta T_{18}$

Finalement : $\Phi_{18} = \frac{\Phi_{20}}{\Delta T_{20}} \times \Delta T_{18} = \frac{8,0}{16} \times 14 = 7,0 \text{ kW}$ sur les 200 jours les plus froids de l'année. Soit une économie d'énergie de $1/8 \approx 13\%$.

Isoler le toit

16. La résistance thermique d'un matériau s'écrit $R_{th} = \frac{e}{\lambda \cdot S}$.

De cette façon le flux thermique s'écrit : $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$ avec $\Phi = 30\% \times 7 = 2,1 \text{ kW}$

Pour le toit non isolé : $R_{th} = \frac{14}{2,1 \cdot 10^3} = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.

	Flux thermique transféré par le toit		Résistance thermique du toit	
Non isolé	2,1 kW	↓ /20	$6,7 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	↓ x20
Isolé	0,11 kW		$1,3 \cdot 10^{-1} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$	

La résistance thermique d'une paroi est donnée par : $R_{th} = \frac{e}{\lambda \times S}$. Sachant que la résistance thermique initiale du toit est négligeable par rapport à celle souhaitée, on obtient :

$$e = R_{th} \times \lambda \times S = 1,3 \cdot 10^{-1} \times 3,0 \cdot 10^{-2} \times 115 = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm} \text{ d'épaisseur d'isolant}$$

Remarque : on trouve aussi très souvent la définition $R_{th}' = e/\lambda$ pour la résistance thermique et dans ce cas on peut différencier le flux thermique $\Phi = \Delta T / R_{th}'$ et la puissance thermique $P = \Phi \times S = \Delta T \cdot S / R_{th}'$.

Opter pour du double vitrage

17. $\Phi_{\text{façade}} = 38\% \times \Phi_{\text{total}} = 0,38 \times 7,0 = 2,7 \text{ kW}$

$$\Phi_{\text{vitrage}} = U_{\text{simple-vitrage}} \times S \times \Delta T = 6,5 \times 10 \times 14 = 910 \text{ W} = 0,91 \text{ kW}$$

L'affirmation est un peu exagérée, les pertes thermiques au niveau des fenêtres ne représentent « que » 1/3 de celles des façades. Cependant, pour cette maison, on peut évaluer

la surface des façades à au moins 100 m². Les fenêtres représentent donc moins de 10 % des surfaces mais 34 % des pertes.

Les surfaces sont côte à côte donc leurs flux s'additionnent :

$$\Phi_{\text{façades}} = \Phi_{\text{vitrages}} + \Phi_{\text{murs}} \text{ donc } \Phi_{\text{murs}} = \Phi_{\text{façades}} - \Phi_{\text{vitrages}} = 2,7 - 0,91 = 1,8 \text{ kW}$$

18. $\Phi_{\text{double}} = U_{\text{double-vitrage}} \times S \times \Delta T = 2,8 \times 10 \times 14 = 392 \text{ W} = 0,39 \text{ kW}$ soit une réduction de 57 % par rapport au simple vitrage.

$\Phi_{\text{nouveau}} = \Phi_{\text{murs}} + \Phi_{\text{double}} = 1,8 + 0,39 = 2,2 \text{ kW}$ soit une réduction de 19 % par rapport à la façade avec simple vitrage.

19. Les pertes par le sol, la ventilation et les ponts thermiques restent inchangées et s'élèvent à :

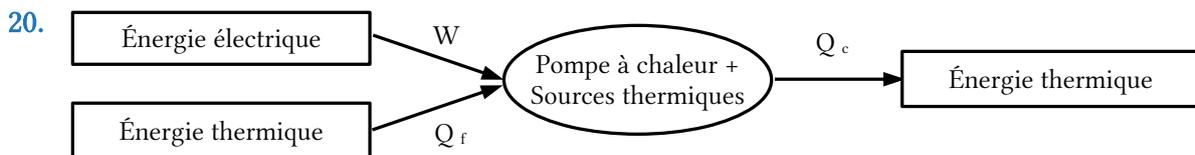
$$\Phi_{\text{autre}} = (100 - 38 - 30) \times \Phi_{\text{total}} = 32 \% \times 7 = 2,2 \text{ kW}$$

$$\Phi_{\text{rénovation}} = \Phi_{\text{toit-isolé}} + \Phi_{\text{nouveau}} + \Phi_{\text{autres}} = 0,11 + 2,2 + 2,2 = 4,5 \text{ kW}$$

Cela correspond à des pertes énergétiques annuelles de :

$E_{\text{rénovation}} = \Phi_{\text{rénovation}} \times \Delta t = 4,5 \times 200 \times 24 = 2,2 \cdot 10^4 \text{ kW} \cdot \text{h}$ soit $2,2 \cdot 10^2 \text{ kW} \cdot \text{h/m}^2/\text{an}$. La maison est de catégorie D, sa consommation d'énergie a diminuée de 40 % (voir question 14).

Se chauffer avec une pompe à chaleur



Les énergies reçues (W et Q_f) sont comptées positivement, celle perdue (Q_c) l'est négativement. Réalisons le bilan d'énergie interne du fluide sur un cycle complet à l'aide du 1^{er} principe de la thermodynamique :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_c + Q_f \text{ et } \Delta U_{\text{cycle}} = 0 \text{ J}$$

Sur ce même cycle, que l'on considère réversible, le 2^e principe de la thermodynamique donne :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = S_{\text{créée, réversible}} + S_{\text{échangée}} = 0 + \left(\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \right) \text{ et } \Delta S_{\text{cycle}} = 0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Le COP est le rapport de l'énergie utile sur l'énergie électrique absorbée : $COP = \frac{-Q_c}{W}$

On obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} W + Q_c + Q_f = 0 \text{ J} & (1) \\ Q_c/T_c + Q_f/T_f = 0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} & (2) \\ COP = -Q_c/W & (3) \end{cases}$$

(1) donne : $W = -Q_c - Q_f$ et (2) donne : $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$

(3) devient : $COP_{max} = \frac{Q_c}{Q_c + Q_f} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{1}{1 - \frac{5+273}{18+273}} = 22$

Le COP ne peut excéder la valeur de 22

Remarque : en réalité le COP d'une pompe à chaleur excède rarement 5 et se situe généralement autour de 3.

Partie 3 – Communications par ondes électromagnétiques dans la maison

Le téléviseur

Caractéristiques d'un écran numérique

21. Chaque couleur peut être obtenue par synthèse additive à partir des couleurs rouge, vert et bleu chacune codée sur un octet. Chacun des 3 octets peut prendre une valeur entre $00000000_{(2)}$ et $11111111_{(2)}$. Cela correspond à 256 valeurs possibles pour chacune des 3 couleurs élémentaires.

Ainsi les codages donnent :

- du rouge pour (255,0,0) (présence de rouge seul)
- du noir pour (0,0,0) (pas de couleur)
- du jaune pour (255,255,0) (rouge + vert = jaune en synthèse additive)
- du gris pour (125,125,125) (présence des 3 couleurs avec la même intensité)

Un pixel peut générer $N = 256^3 \approx 17$ millions de couleur différentes.

22. Proposition d'activité : 3 groupes sont constitués. Chacun dispose des mêmes objets de couleurs noire, blanche, rouge, vert, bleu, cyan, magenta et jaune. Le premier groupe ne peut émettre que de la lumière rouge et est chargé d'identifier les objets « de couleur rouge ». De même avec le vert et le bleu pour les 2 autres groupes. Au bout de 10 min chaque groupe propose au tableau ses réponses. On montre alors des incompatibilités entre les réponses des 3 groupes car la couleur des objets dépend de l'éclairage.

Remarque : à l'issue de cette activité on peut également aborder les termes de couleurs primaires et secondaires.

La télécommande du téléviseur

23. Une onde progressive correspond à la propagation d'une grandeur physique (pression, champ électrique, élongation, ...) sans déplacement global de matière.

Une onde mécanique nécessite un support matériel pour se propager contrairement à une onde électromagnétique qui peut se propager dans le vide.

La longueur d'onde émise par la télécommande vaut :

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{3,19 \cdot 10^{14}} = 9,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 940 \text{ nm}$$

Il s'agit de bien d'infrarouges de longueur d'onde légèrement supérieure à 800 nm.

24. Ce signal ne prend que 2 valeurs de tension discrètes (une haute = 1 et une basse = 0). Il peut donc être considéré comme numérique.

Transmission par fibre optique

25. Un faisceau laser est monochromatique. Cela permet de limiter les phénomènes de dispersion lors de la propagation dans la fibre et autorise un multiplexage en fréquence sur des canaux étroits et rapprochés. Le faisceau LASER est également unidirectionnel (avec une très légère divergence).

26. À la limite de la réflexion totale à l'interface cœur-gaine $r_{1,\text{lim}} = 90^\circ$. Dans ce cas, le rayon réfracté disparaît.

La 3^e loi de Snell-Descartes ou loi de la réfraction donne :

$$n_1 \cdot \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_2 \cdot \sin(r_{1,\text{lim}}) \text{ soit : } i_{1,\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

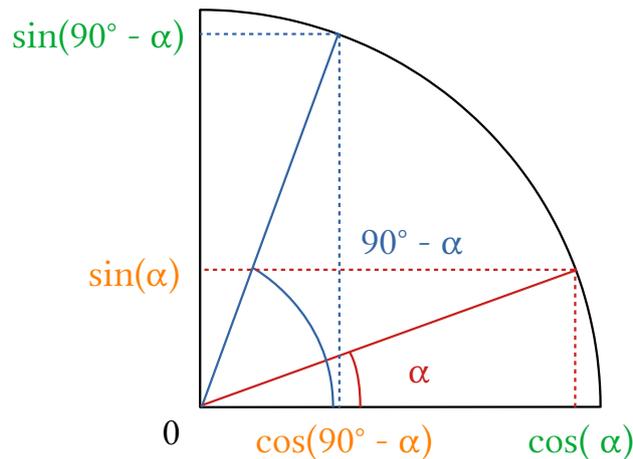
À l'interface cœur-gaine, il y a réflexion totale si et seulement si $i_1 \geq i_{1,\text{lim}}$

On en déduit $r_{0,\text{lim}} = 90 - i_{1,\text{lim}} = 90 - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ $i_0 = 12^\circ$

Puis la 3^e loi de Descartes donne : $n_0 \cdot \sin(i_m) = n_1 \cdot \sin(r_{0,\text{lim}})$ avec $n_0 = n_{\text{air}} = 1,00$.

$$\begin{aligned} i_m &= \arcsin[n_1 \cdot \sin(r_{0,\text{lim}})] \\ \text{Soit :} &= \arcsin\left[n_1 \cdot \sin\left(90 - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)\right] \\ &= \arcsin\left[n_1 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)\right] \end{aligned}$$

Remarque : Illustration de la relation $\sin(90 - \alpha) = \cos(\alpha)$



Pour qu'il y ait réflexion totale il faut que $i_0 \geq i_m$.

$$\text{Avec O.N.} = \sin(i_m) = n_1 \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right) = n_1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Remarque : Démonstration de la formule $\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1 - x^2}$

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \text{ soit } \cos(x) = \sqrt{1 - \sin^2(x)}$$

En posant $x = \arcsin(y)$ on obtient $\cos(\arcsin(y)) = \sqrt{1 - y^2}$

L'application numérique donne $\text{O.N.} = \sqrt{1,510^2 - 1,495^2} = 0,212$.

Cela correspond à $i_m = \arcsin(0,212) = 12^\circ$, ce qui laisse un cône d'ouverture raisonnable de 24° d'angle au sommet pour permettre une réflexion totale du faisceau et assurer sa bonne transmission dans la fibre.

27. Pour $\lambda = 1\,550 \text{ nm} = 1,55 \mu\text{m}$ l'atténuation linéique est $A_l = 0,2 \text{ dB/km}$.

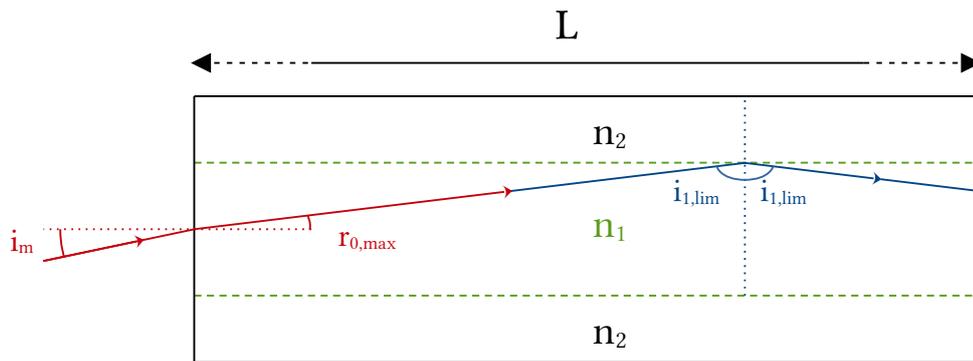
$$\text{L'atténuation totale d'une ligne vaut } A_{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{\text{entrée}}}{P_{\text{sortie}}}\right) = l \times A_l$$

$$\text{On en déduit } l_{\text{max}} = \frac{10}{A_l} \cdot \log\left(\frac{P_{\text{entrée}}}{P_{\text{sortie}}}\right) = \frac{10}{0,2} \cdot \log\left(\frac{100}{1}\right) = 100 \text{ km}$$

Au-delà de 100 km de fibre il faudra prévoir une amplification intermédiaire.

28. Notons L la longueur la fibre. Considérons un rayon lumineux présentant un angle nul avec l'axe de la fibre en entrée. Il n'est pas diffracté en entrée de fibre et se propage dans la fibre et doit parcourir une distance $l_{\text{min}} = L$. En revanche un rayon arrivant avec un angle $i_0 = 12^\circ$ se propage dans la fibre avec un angle $i_{1,\text{lim}}$ par rapport à la normale au dioptre cœur-gaine tel que

$$\sin(i_{1,\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}. \text{ Il doit alors parcourir une distance } l_{\text{max}} = \frac{L}{\sin(i_{1,\text{lim}})} = \frac{L}{n_2/n_1}.$$



La dispersion temporelle d'une impulsion en sortie de fibre vaut :

$$\tau_{dispersion} = \tau_{max} - \tau_{min} = \frac{l_{max} - l_{min}}{c} = \frac{L}{c} \times \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

Pour obtenir un débit de 100 Mbit/s il faut que $\tau_{dispersion} \leq \frac{1 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \text{ bit/s}} = 10^{-8} \text{ s} = 10 \text{ ns}$

On en déduit : $L_{max} = \frac{c \times \tau_{dispersion,max}}{n_1/n_2 - 1} = \frac{3,00 \cdot 10^8 / 1,50 \times 10 \cdot 10^{-9}}{1,510 / 1,495 - 1} = 199 \text{ m}$

Le débit théorique de 100 Mbit/s peut être atteint jusqu'à environ 200 m de fibre optique.

Pour une transmission au-delà, il faudra soit remettre en forme le signal soit réduire le débit.

Partie 4 – Caractéristiques du son émis par un piano

Travaux pratiques

29. 1a. La période du signal vaut $T = \frac{11,5 \text{ ms}}{5} = 2,30 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

La fréquence correspondante vaut : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,30 \cdot 10^{-3}} = 4,35 \cdot 10^2 \text{ Hz}$

1b. Graphiquement on lit la fréquence du son : $f = 440,4 \text{ Hz}$ ce qui est cohérent avec la valeur précédente.

1c. La décomposition spectrale du signal ne fait apparaître qu'une seule fréquence appelée fréquence fondamentale. Le son est donc pur, il ne présente aucune harmonique.

1d. Le son a une hauteur de 440 Hz ce qui correspond à un « La ».

2a. Voir sur le compte-rendu.

2b. La décomposition spectrale du son fait apparaître plusieurs harmoniques en plus de la fréquence fondamentale. Il s'agit donc d'un son complexe.

2c. Graphiquement on lit la fréquence du fondamental : $f_0 = 0,438 \text{ kHz} = 438 \text{ Hz}$. Il s'agit donc de la même hauteur et par conséquent de la même note.

2d. Une harmonique est une composante dont la fréquence est multiple de la fréquence fondamentale. La fréquence et l'intensité sonore de chaque harmonique détermine le timbre du son, il est propre à chaque instrument.

3a. L'amplitude du fondamental vaut $U_m = 90\text{ V}$ et sa fréquence vaut $f = 440\text{ Hz}$

En ajoutant les 2 premières harmoniques et en considérant la phase à l'origine nulle ($\varphi = 0^\circ$) pour chaque composante, on en déduit :

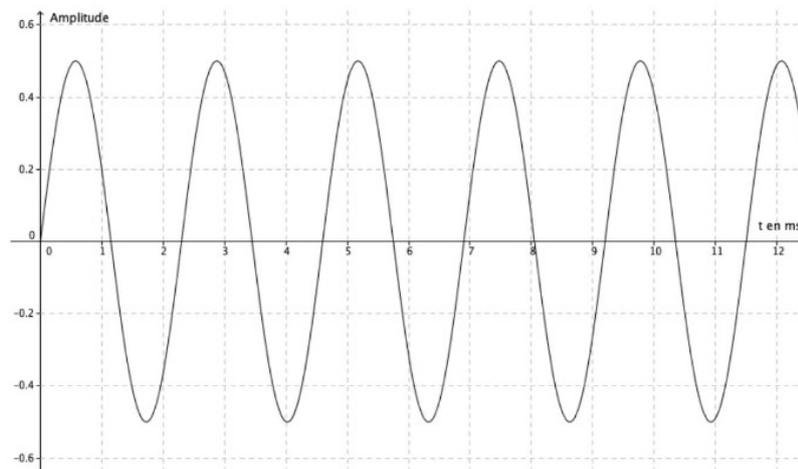
$$u(t) = 90 \times \sin(2\pi \times 440 \times t) + 70 \times \sin(2\pi \times 880 \times t) + 20 \times \sin(2\pi \times 1320 \times t) + \dots$$

3b. Dans ce signal, il manque toutes les harmoniques de rang supérieur ou égal à 3 et les phases à l'origine. Cela ne permet pas d'obtenir le même timbre que le son du piano.

30.

1) Caractéristiques d'un son émis par un diapason

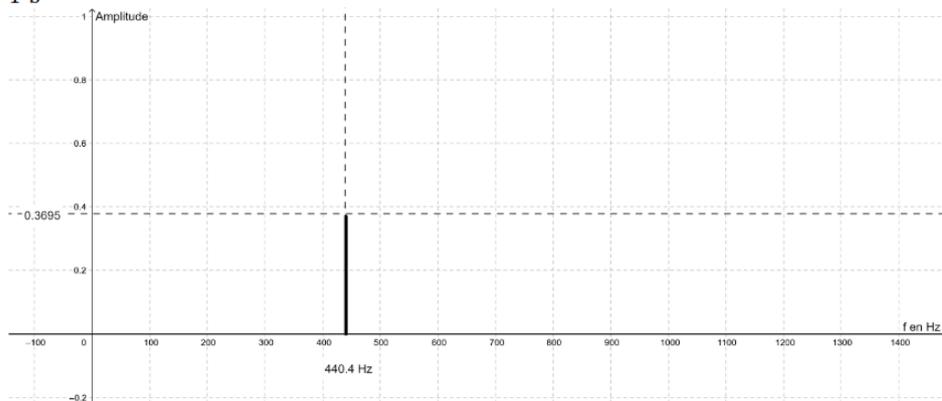
1-a Voici la courbe que l'on obtient :



À l'aide du réticule on mesure 1 période : $T = 2,3\text{ ms}$.
On en déduit la fréquence.
 $f = 1/T = 1/2,3 = 0,435\text{ Hz}$.

Si tu veux calculer la fréquence f en Hz alors il faut convertir la valeur de la période T en secondes et mesurer plus de périodes pour plus de précision

1-b



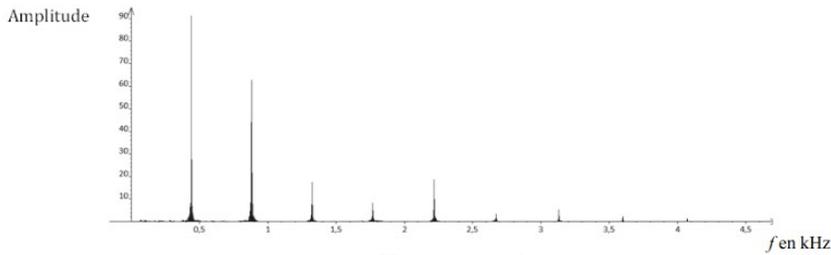
Le spectre en fréquence ne présente qu'un seul pic à 440,4 Hz.

1-c Le son émis par le diapason est un son pur car le signal est ~~périodique~~. Justification à revoir. Un son complexe
 1-d La hauteur du son est ~~0,3695~~ et la note est proche du « la » (440 Hz).

La hauteur est liée à la fréquence fondamentale, pas à l'amplitude. peut également être périodique.

2) Analyse de la même note émise par un piano

2-a



Tu confonds les termes « sinusoïdal » et « périodique ».

2-b Le son du piano est un son complexe car son signal temporel n'est pas périodique.

2-c Le son n'est pas de même hauteur que le diapason car la hauteur du premier pic est différente

(0,3695 au lieu de 90). La hauteur ne dépend que de la fréquence du fondamental.

2-d Un harmonique est un son de fréquence multiple. Le timbre est ...

Une harmonique n'est pas un son mais une fréquence multiple du fondamental.

3-a Voici une fonction mathématique permettant de modéliser ce son :

$u(t) = U_1 \times \sin(2 \times \pi \times 440 \times t) + U_2 \times \sin(2 \times \pi \times 880 \times t)$. Il faut aussi préciser les valeurs de U_1 et U_2 .

3-b J'ai rentré cette fonction dans le logiciel mais je n'obtiens aucun son. Le logiciel m'indique que la formule est fautive. Je ne comprends pas pourquoi.

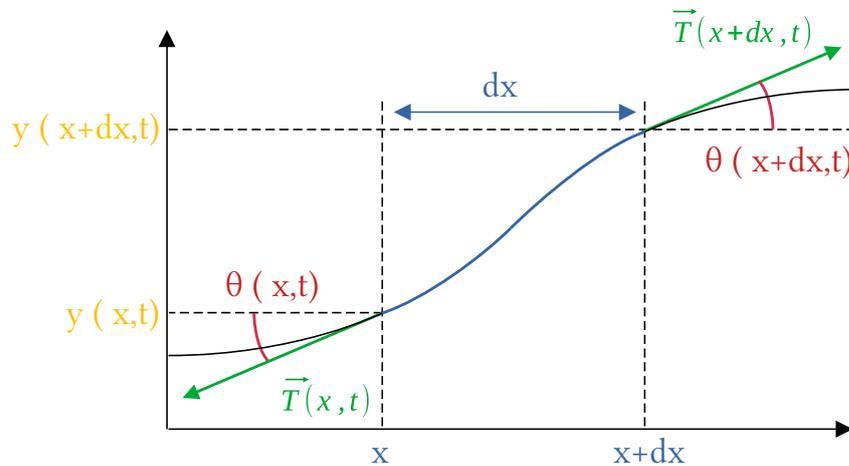
C'est normal, il ne connaît pas les valeurs de U_1 et de U_2 ce qui l'empêche de faire le calcul.

31. Ajoute une harmonique de rang 3 et d'amplitude 2 V au signal temporel du programme.

Exécute le programme modifié et vérifie que le spectre obtenu est cohérent.

Le piano à cordes

32. Considérons un petit élément de corde de longueur dx situé en x .



Il est soumis aux forces $\vec{T}(x,t)$ sur son extrémité gauche et $\vec{T}(x+dx,t)$ sur son extrémité droite. La résultante de ces forces vaut $d\vec{T} = T_x \cdot \vec{u}_x + T_y \cdot \vec{u}_y$ avec :

- $d T_x = T_x(x+dx,t) - T_x(x,t) = T(x+dx,t) \cdot \cos(\theta(x+dx,t)) - T(x,t) \cdot \cos(\theta(x,t))$
- $d T_y = T_y(x+dx,t) - T_y(x,t) = T(x+dx,t) \cdot \sin(\theta(x+dx,t)) - T(x,t) \cdot \sin(\theta(x,t))$

Dans l'approximation des petits déplacements, au premier ordre en θ , on a :

- $\cos(\theta(x, t)) \approx \cos(\theta(x+dx, t)) \approx 1$
- $\sin(\theta(x, t)) \approx \theta(x, t) \approx \tan(\theta(x, t)) = \left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right|_x$ et $\sin(\theta(x+dx, t)) \approx \left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right|_{x+dx}$

Ainsi la résultante des forces se décompose comme suit :

- $dT_x = \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \cdot dx$
- $dT_y = T_0 \cdot \left(\left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right|_{x+dx} - \left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right|_x \right) = T_0 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot dx$

Remarque : ces 2 dernières expressions sont obtenues après utilisation d'un développement de Taylor. Pour une fonction N fois dérivable on peut écrire :

$$f(x+dx) = \sum_{n=0}^N \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \cdot \frac{dx^n}{n!} + o(dx^N) \approx f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \cdot dx \text{ au 1er ordre en } dx$$

Comme l'élément de corde est en équilibre horizontal, on en déduit :

$$dT_x = 0 \text{ N soit } \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = 0 \text{ et } T(x, t) = T(t) = T_0$$

L'élément de corde de longueur dx a une masse $dm = \mu \cdot dx$. La deuxième loi de Newton donne :

$$\Sigma \vec{F} = dm \cdot \vec{a} \text{ soit } dT_y = \mu \cdot dx \text{ soit } T_0 \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \mu \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

Il s'agit d'une équation d'onde ou équation de d'Alembert. Ce sont des ondes transversales matérialisées par une déformation de la corde le long de l'axe Oy qui se propagent le long de l'axe Ox perpendiculaire.

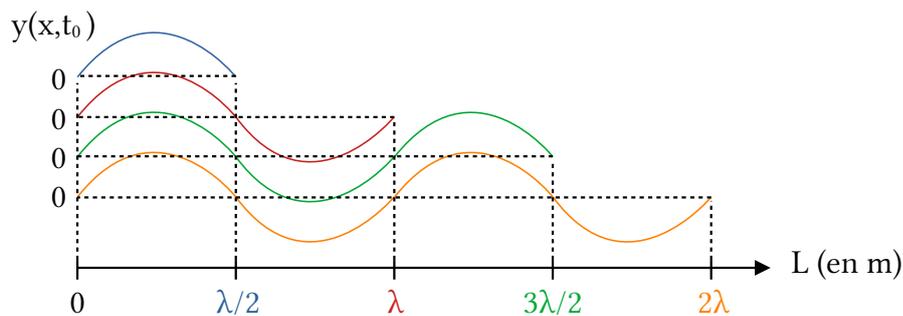
33. $T_0 = m_{\text{tension}} \times g = 85 \times 9,81 = 8,3 \cdot 10^2 \text{ N}$

La masse linéique de la corde vaut :

$$\mu = \rho \times \pi \times \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 7,8 \cdot 10^3 \times \pi \times \left(\frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{2} \right)^2 = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$$

On en déduit $c_{\text{corde}} = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} = \sqrt{\frac{8,3 \cdot 10^2}{7,4 \cdot 10^{-3}}} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ ce qui est proche de la vitesse du son dans l'air à 20 °C.

34. A. Considérons une vibration créant la note « Do 3 ». Elle a pour fréquence $f_1 = 262 \text{ Hz}$ et pour célérité $c_{\text{corde}} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ m/s}$. Sa longueur d'onde vaut $\lambda_1 = \frac{c_{\text{corde}}}{f_1} = \frac{3,3 \cdot 10^2}{262} = 1,3 \text{ m}$.



↑ Cordes de différentes longueurs ayant une même longueur d'onde comme mode propre

Les modes propres satisfaisants aux conditions aux limites $y(0)=y(L)=0\text{ m}$ vérifient $L_{1,i}=(n_i+1)\times\lambda_1/2$ avec $n_i\in\mathbb{N}$ ainsi le premier mode propre correspond à une longueur de corde égale à une demie-longueur d'onde. Pour le « Do 3 », $L_1=\lambda_1/2=1,3/2=0,65\text{ m}$, cette longueur est en accord avec les dimensions d'un piano.

B. Considérons maintenant une vibration créant la note « La 0 ». Elle a pour fréquence

$$f_1=28\text{ Hz} . \text{ Sa longueur d'onde vaut } \lambda_2=\frac{c_{\text{corde}}}{f_2}=\frac{3,3\cdot 10^2}{28}=12\text{ m} .$$

Le premier mode propre est obtenu pour une longueur de corde $L_2=\frac{\lambda_2}{2}=\frac{12}{2}=6,0\text{ m}$. Cette corde est beaucoup trop grande pour rentrer dans un piano.

C. Il est donc nécessaire de lester les cordes en acier des notes graves en y enroulant un fil de cuivre. Ainsi :

- la tension T_0 est inchangée
- la masse linéique de la corde μ est augmentée
- la célérité des ondes sonores $c_{\text{corde}}=\sqrt{T_0/\mu}$ est diminuée
- la longueur d'onde $\lambda=c_{\text{corde}}/f$ est diminuée
→ la longueur de la corde s'en trouve diminuée